עיריית רמת-גן
אגף החינוך
בית הספר התיכון העירוני "אהל-שם"
יד לישראל ארצי

עבודת קיץ במתמטיקה לעולים לכיתה יא׳ – 5 יח״ל

תלמידים יקרים,
חומר הלימוד אליו נחשפנו בכיתה י׳ מהווה בסיס להמשך לימודים מוצלח בכיתה יא׳. שליטה והבנה מעמיקה של נושאי הלימוד אותם הכרתם בשנת הלימודים החולפת הם נקודת הפתיחה הראויה לשנת הלימודים הבאה.

מטרת עבודת הקיץ היא לסייע לכם לשפר את המיומנויות אשר רכשתם ותעמיק את ההבנה אליה הגעתם במהלך שנת הלימודים. אנו ממליצים לכם לפתור את העבודה לאורך חופשת הקיץ, ולא לרכז את המאמץ אל תוך שבוע או שבועיים בתחילת או בסוף הקיץ.

נושאי העבודה:

חשבון דיפרנציאלי	**גיאומטריה**	**טריגונומטריה**
חקירת פונקציה רציונלית חקירת פונקציה אי רציונלית	כל החומר כולל מעגל (עד משיק, לא כולל)	שימוש בפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס במשולש ישר זווית. שימוש במשפט ה-Sin ומשפט ה-Cos

הנחיות לביצוע העבודה:

1. העבודה תוגש באופן מסודר בתחילת שנת הלימודים למורה המלמד במקבץ אליו תשובצו.
2. יש להגיש בקלסר רך את התשובות, לפי חלוקת הפרקים ולפי סדר הופעתם בעבודה. עמוד ראשון של העבודה יכלול שער בו כתובים שמכם וכיתת האם. לא ניתן להגיש את העבודה במחברת או קלסר קשיח.
3. מיד בתחילת שנת הלימודים, **<u>בשיעור השני לכל המאוחר</u>**, תתקיים בחינה הכוללת שאלות מתוך עבודה זו או שאלות דומות לשאלות מתוך עבודה זו.

מבנה הבחינה (3 שאלות):

- **חקירה מלאה של פונקציה רציונלית/אי-רציונלית, כולל סעיפי חשיבה ואפשרות לסעיף הבוחן את הקשר בין גרף הפונקציה לבין גרף הנגזרת.**
- **שאלה בטריגונומטריה**
- **שאלה בגיאומטריה**

אנו מאחלים לכם למידה פורייה לצד חופשה נעימה.

תלמיד אשר בכוונתו לגשת לבחינת השדרוג מתבקש להירשם <u>עד לתאריך 30.8.24 בשעה 16:00</u> באמצעות הקישור הבא:

https://forms.gle/C4br4P2A42VX4Mv19

ללא רישום, כאמור, לא יתאפשר לגשת לבחינת המעבר.

צוות מורי מתמטיקה,
תיכון אהל שם, רמת גן.

טבלת מעקב

גיאומטריה של המישור									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
טריגונומטריה של המישור									
1	2	3	4	5	6	7	8		
חשבון דיפרנציאלי – חקירת פונקציה רציונלית									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
חשבון דיפרנציאלי – חקירת פונקציה אי רציונלית									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

חשבון דיפרנציאלי

פונקציה רציונלית (בפרק זה - כל הזכויות שמורות ליואל גבע ואריק דז'לדטי)

1. הישר $x=-1$ הוא אסימפטוטה לפונקציה $y=\frac{ax+16}{x^2-3x-b}$. בנקודה $x=2$ לפונקציה יש נקודת קיצון.
א. מצא את a ואת b.
ב. מצא: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות מקבילות לצירים, נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה.
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. דרך כל אחת משתי נקודות הקיצון של הפונקציה מעבירים משיק וישר המאונך למשיק. ארבעת הישרים הנ"ל יוצרים מרובע. חשב את שטח המרובע.

2. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y=\frac{ax^2+bx+1}{x^2-6x+8}$ בנקודה $(5;5\frac{1}{3})$ הוא $-\frac{40}{9}$.
א. מצא את a ואת b.
ב. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
(4) נקודות חיתוך עם הצירים. (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. (1) מצא את תחומי החיוביות של הפונקציה.
(2) מצא לאילו ערכי x שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה הם חיוביים.

3. הישר $y=2$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה $f(x)=a+\frac{4x-15}{(x-4)^2}$.
א. מצא את הערך של a.
ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ו. הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x)=2f(x)+c$.
נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ היא $(3.5;3)$. מצא את ערך הפרמטר c.

4. נתונה פונקציה $f(x)=\frac{2}{ax^2-x}$.
אחת האסימפטוטות של הפונקציה היא ישר המקביל לציר ה-y (ולא מתלכד איתו).
ישר זה חותך את הישר $y=x+3$ בנקודה ששיעור ה-y שלה הוא 4.
א. מצא את הערך של הפרמטר a.
ב. מצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה,
נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות מקבילות לצירים.
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. מצא לאלו ערכים של t יש למשוואה $f(x)=t$:
(1) שני פתרונות. (2) אף פתרון. (3) פתרון אחד.

5. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{32x}{(x^2+3)^2}$.

א. הוכח שהפונקציה מוגדרת לכל ערך של x .

ב. מצא את הנקודות על גרף הפונקציה שבהן $f'(x)=0$, וקבע אם הן מסוג מינימום או מקסימום.

ג. הוכח שפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

6. נתונות משוואות של שלוש פונקציות :

$$f(x)=\frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+3)} \quad , \quad g(x)=\frac{x^2}{(x-3)(x+3)} \quad , \quad h(x)=\frac{x(x-3)}{(x-3)^2(x+3)}$$

קבעו לאיזו פונקציה יש את התכונה הבאה :

יש לה <u>שני</u> ערכי x שבהם היא לא מוגדרת, ואסימפטוטה אנכית <u>אחת</u>.

נמקו את בחירתכם, והסבירו מדוע הפונקציות האחרות אינן מתאימות.

חקור את הפונקציות הבאות ומצא : א. תחום הגדרה, ב. נקודות קיצון,
ג. תחומי עלייה וירידה, ד. נקודות חיתוך עם הצירים,
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים, ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

7. $y=\frac{x^2-4x-5}{x^2-1}$

8. $y=\frac{x^2-7x+10}{3x^2-15x}$

.11 נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2}{3-x}$.

א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה.
(4) נקודות חיתוך עם הצירים. (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מצא עבור פונקציית הנגזרת $f'(x)$:
(1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם ציר ה- x .
(3) תחומי חיוביות ושליליות. (4) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
(5) שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$. הנח שלגרף הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.

.12 נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2+8x}{x^2+8}$.

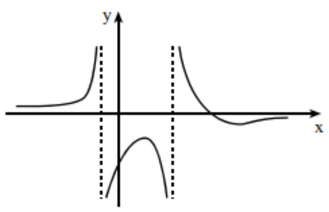
א. מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה,
(4) נקודות חיתוך עם הצירים, (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

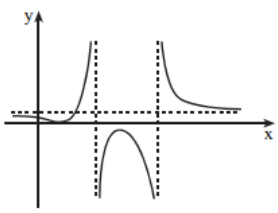
ג. הפונקציה $f(x)$ היא **נגזרת** של פונקציה אחרת $g(x)$,
כלומר $g'(x)=f(x)$. בהנחה שתחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$
זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$:
(1) מצא את שיעורי ה- x של הנקודות שבהן לפונקציה $g(x)$
יש נקודות קיצון וקבע את סוג הקיצון.
(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
(3) הסבר מדוע לפונקציה $g(x)$ אין אסימפטוטה אופקית.

<u>פתרונות</u>

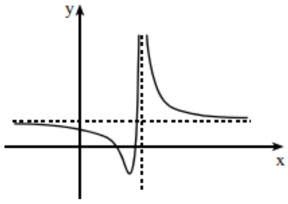
.1 א. $a=-2$, $b=4$. ב. תחום הגדרה: $x\neq 4$, $x\neq -1$.
נקודות חיתוך: $(0;-4)$, $(8;0)$.
אסימפטוטות: $x=-1$, $x=4$, $y=0$.
נקודות קיצון: $(2;-2)$ מקסימום,
$(14;-0.08)$ מינימום.
עלייה: $x>14$ או $-1<x<2$ או $x<-1$.
ירידה: $4<x<14$ או $2<x<4$. ד. 23.04 .



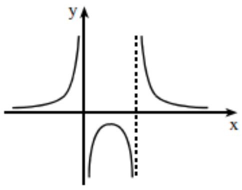
.2 א. $a=1$, $b=-2$.
ב. (1) $x\neq 2$, $x\neq 4$.
(2) $(1;0)$ מינימום, $(2.5;-3)$ מקסימום.
(3) עלייה: $2<x<2.5$ או $1<x<2$.
ירידה: $x>4$ או $2.5<x<4$ או $x<1$.
(4) $(0;\frac{1}{8})$, $(1;0)$. (5) $x=2$, $x=4$, $y=1$.
ד. (1) $x>4$ או $1<x<2$ או $x<1$.
(2) $2<x<2.5$ או $1<x<2$.



3. א. 2 . ב. $x \neq 4$.
ג. $(3.5;-2)$ מינימום.
ד. $(0;1\frac{1}{16})$, $(3.71;0)$, $(2.29;0)$.
ו. 7 .



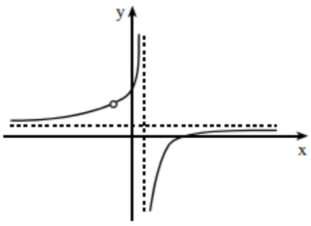
4. א. 1 . ב. תחום הגדרה: $x \neq 0$, $x \neq 1$.
נקודות קיצון: $(\frac{1}{2};-8)$ מקסימום.
עלייה: $0<x<\frac{1}{2}$ או $x<0$; ירידה: $x>1$
או $\frac{1}{2}<x<1$. נקודות חיתוך: אין.
אסימפטוטות: $x=0$, $x=1$, $y=0$.
ד. **(1)** $t>0$ או $t<-8$. **(2)** $-8<t\le 0$. **(3)** $t=-8$.



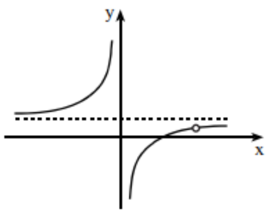
5. ב. $(1;2)$ מקסימום, $(-1;-2)$ מינימום.

6. $f(x)$. **2.** **(1)** לא נכונה. **(2)** לא נכונה. **(3)** לא נכונה.

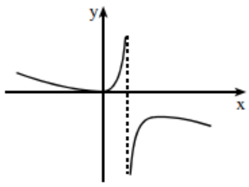
7. א. $x \neq 1$, $x \neq -1$. ב. אין.
ג. עלייה: $x>1$ או $-1<x<1$ או $x<-1$;
ירידה: אין.
ד. $(5;0)$, $(0;5)$.
ה. $x=1$, $y=1$.



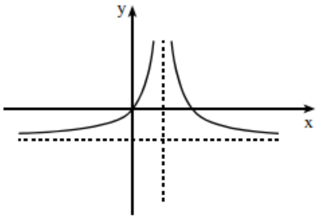
8. א. $x \neq 0$, $x \neq 5$.
ב. אין.
ג. עלייה: $x>5$ או $0<x<5$ או $x<0$;
ירידה: אין.
ד. $(2;0)$.
ה. $x=0$, $y=\frac{1}{3}$.



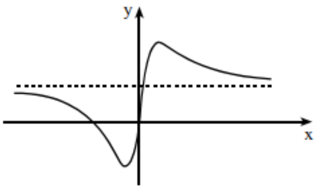
.11 א. **(1)** $x \neq 3$.
(2) $(0;0)$ מינימום, $(6;-12)$ מקסימום.
(3) עלייה: $3<x<6$ או $0<x<3$;
ירידה: $x>6$ או $x<0$.
(4) $(0;0)$. **(5)** $x=3$.



ג. **(1)** $x \neq 3$.
(2) $(0;0)$, $(6;0)$.
(3) חיוביות: $0<x<3$ או $3<x<6$;
שליליות: $x>6$ או $x<0$.
(4) $x=3$, $y=-1$.



.12 א. **(1)** כל x. **(2)** $(4;2)$ מקסימום, $(-2;-1)$ מינימום.
(3) עלייה: $-2<x<4$;
ירידה: $x>4$ או $x<-2$.
(4) $(0;0)$, $(-8;0)$. **(5)** $y=1$.
ג. **(1)** $x=0$ מינימום, $x=-8$ מקסימום.
(2) עלייה: $x>0$ או $x<-8$;
ירידה: $-8<x<0$.

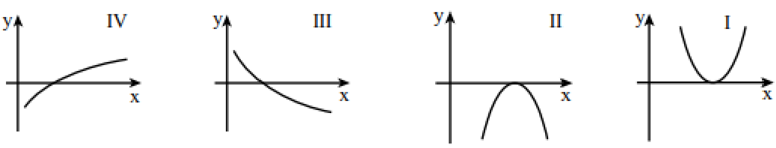


פונקציה אי-רציונלית (בפרק זה - כל הזכויות שמורות ליואל גבע ואריק דז'לדטי)

הערה: בהתאם לתוכנית הלימודים של כיתה י', חלק זה אינו כולל שילובים של שורש ומנה.

.1 נתונה הפונקציה $f(x)=a-\sqrt{x^2+4}$.
א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
ב. הוכיחו: הפונקציה $f(x)$ היא **פונקציה זוגית.**
ג. מצאו: **(1)** נקודות חיתוך עם הצירים. **(2)** נקודות קיצון. **(3)** תחומי עלייה וירידה.
ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ה. **(1)** שרטטו סקיצה של הפונקציה $g(x)$, המקיימת: $g(x)=|f(x)|$.
(2) כתבו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.
(3) כתבו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
(4) בכמה נקודות חותך הישר $y=2$ את גרף הפונקציה $g(x)$? נמקו.

.2 נתונה הפונקציה $f(x)=x\sqrt{4x}-6x$.
א. מצאו: **(1)** תחום הגדרה. **(2)** נקודות חיתוך עם הצירים. **(3)** נקודות קיצון.
ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
ג. איזה גרף מביו הגרפים I, II, III, IV, עשוי לתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $1\le x\le 10$? נמקו.



3. נתונה הפונקציה $f(x)=2\sqrt{x+3}-x$. מצאו עבור פונקציה זו:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. נקודות חיתוך עם הצירים.

ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. הפונקציה $g(x)$ מוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$, ומקיימת $g'(x)=f(x)$.

(1) מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של $g(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(3) כמה משיקים ששיפועם 3.5 אפשר להעביר לגרף הפונקציה $g(x)$?

4. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{mx^2-60x+100}$.

הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ נפגש עם ציר ה- x בנקודה שבה $x=3$.

א. מצאו את ערך הפרמטר m .

ב. הראו שהפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל ערך של x .

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.

ד. מצאו את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $h(x)=-f(x)+4$, וקבעו את סוג הקיצון.

5. נתונה הפונקציה $y=\sqrt{x}-2\sqrt{x-6}$.

א. מצאו: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) נקודות קיצון.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מהו תחום ערכי ה- y שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?

ד. נסמן: $g(x)=2\cdot f(x)$, $h(x)=\frac{1}{2}\cdot f(x)$. שרטטו באותה מערכת צירים:

(1) סקיצה של $g(x)$ ו- $f(x)$. (2) סקיצה של $h(x)$ ו- $f(x)$.

6. נתונות שתי פונקציות: $f(x)=\sqrt{(x-5)\cdot(x+5)}$, $g(x)=\sqrt{(x-5)}\cdot\sqrt{(x+5)}$.

דניאל טוען ששתי הפונקציות זהות. הוא מסתמך על החוק $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$.

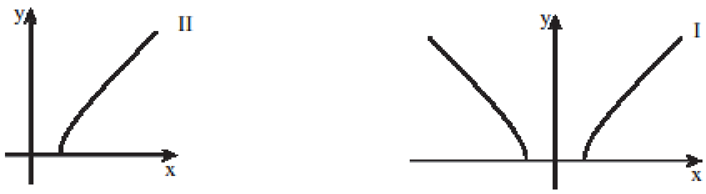
א. (1) האם הפונקציה $f(x)$ מוגדרת עבור $x=-6$?

(2) האם הפונקציה $g(x)$ מוגדרת עבור $x=-6$?

ב. האם שתי הפונקציות זהות?

ג. מצאו את תחום ההגדרה של כל אחת משתי הפונקציות.

ד. עפר משרטט בעזרת תוכנה גרפית את הגרפים של שתי הפונקציות.



(1) קבעו איזה מבין הגרפים מתאים ל- $f(x)$ ואיזה ל- $g(x)$.

(2) האם שני הגרפים זהים בתחום שבו שתי הפונקציות מוגדרות?

7. לפונקציה $f(x)=x\sqrt{a-x^2}$ יש נקודת קיצון (פנימית) ב- $x=3$.

א. מצא את a .

ב. הוכח שהפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

ג. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודות חיתוך עם הצירים.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

8. חקור את הפונקציה $y=\sqrt{x^3-3x^2-4x}$ לפי הסעיפים הבאים:
א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון (כולל הנקודות שבקצה תחום ההגדרה).
ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

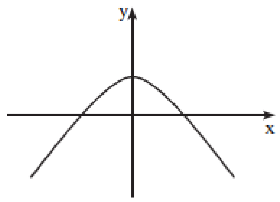
10. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2\sqrt{5-x}$.
א. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
ב. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+c$. c הוא פרמטר.
מהו הערך של c שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x? נמקו.
ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)=2-f(x)$, וקבעו את סוגן.
ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $k(x)=f(-x)$, וקבעו את סוגן.
ה. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $n(x)=f(-5x)$, וקבעו את סוגן.

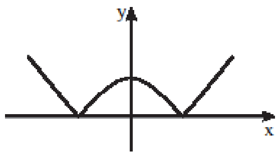
11. א. הסבירו מדוע עבור כל x מתקיים: $\sqrt{x^2}=|x|$.
ב. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\sqrt{x^2}}{x}$.
(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
(2) הראו כי עבור $x>0$ מתקיים $f(x)=1$ ועבור $x<0$ מתקיים $f(x)=-1$.
(3) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

<u>פתרונות</u>

1. א. כל x.
ג. **(1)** $(0;2)$, $(2\sqrt{3};0)$, $(-2\sqrt{3};0)$.
(2) $(0;2)$ מקסימום.
(3) עלייה: $x<0$; ירידה: $x>0$.

ה. **(1)**

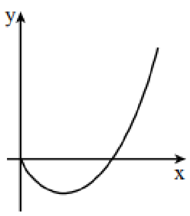




ה. **(2)** $(0;2)$ מקסימום, $(2\sqrt{3};0)$ מינימום,
$(-2\sqrt{3};0)$ מינימום.
(3) עלייה: $x>2\sqrt{3}$ או $-2\sqrt{3}<x<0$;
ירידה: $0<x<2\sqrt{3}$ או $x<-2\sqrt{3}$.
(4) שלוש נקודות.

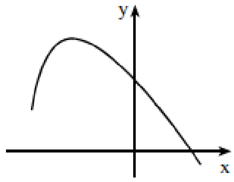
2. א. **(1)** $x\ge 0$. **(2)** $(0;0)$, $(9;0)$.
(3) $(0;0)$ מקסימום, $(4;-8)$ מינימום.

ב.



ג. IV. הסבר: ל- $f(x)$ נקודת מינימום פנימית עבור $x=4$,
לכן גרף הנגזרת $f'(x)$ עובר ב- $x=4$ משליליות לחיוביות.
ומבין הגרפים הנתונים, הגרף המתאים הוא גרף IV.

3. א. $x \ge -3$. ב. $(-2;4)$ מקסימום, $(-3;3)$ מינימום. ד.



ג. $(0;2\sqrt{3})$, $(6;0)$.

ה. **(1)** $x=6$, מקסימום.

(2) עלייה: $-3<x<6$, ירידה: $x>6$.

(3) שני משיקים.

4. א. $m=10$. ג. $(3;\sqrt{10})$ מינימום. ד. $(3;4-\sqrt{10})$ מקסימום.

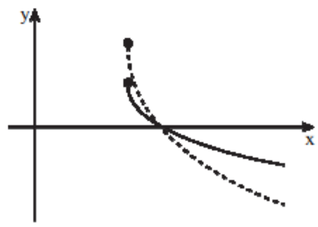
5. א. **(1)** $x \ge 6$.

(2) $(8;0)$.

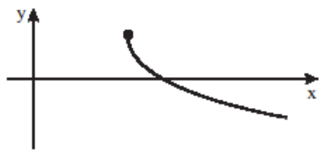
(3) $(6;\sqrt{6})$ **מקסימום.**

ג. $y \le \sqrt{6}$.

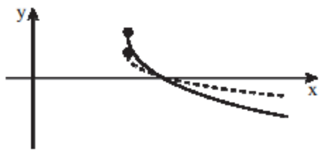
ד. **(1)**



ב.



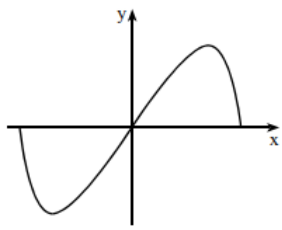
(2)



6. א. **(1)** כן. **(2)** לא. ב. לא. ג. **(1)** $f(x)$: $x \ge 5$ או $x \le -5$. $g(x)$: $x \ge 5$.

ד. **(1)** גרף I מתאים ל- $f(x)$, גרף II מתאים ל- $g(x)$. **(2)** כן.

7. א. 18. ג. תחום הגדרה: $-\sqrt{18} \le x \le \sqrt{18}$. נקודות קיצון: $(3;9)$ מקסימום, $(-3;-9)$ מינימום,
$(\sqrt{18};0)$ מינימום, $(-\sqrt{18};0)$ מקסימום.
עלייה: $-3<x<3$, ירידה: $3<x<\sqrt{18}$
או $-\sqrt{18}<x<-3$.
נקודות חיתוך: $(0;0)$, $(\sqrt{18};0)$, $(-\sqrt{18};0)$.

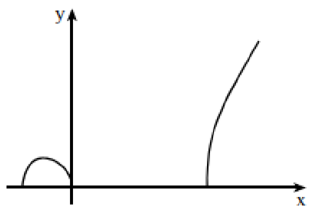


8. **א.** $x \ge 4$ או $-1 \le x \le 0$.

ב. $(-0.528;1.062)$ מקסימום, $(4;0)$ מינימום,
$(0;0)$ מינימום, $(-1;0)$ מינימום.

ג. עלייה: $x>4$ או $-1<x<-0.528$; ירידה: $-0.528<x<0$.

ד. $(0;0)$, $(4;0)$, $(-1;0)$.



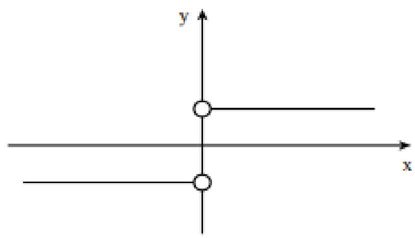
10. א. $(5;0)$ מינימום, $(0;0)$ מינימום, $(4;16)$ מקסימום. ב. $c=0$ או $c=-16$.

ג. $(5;2)$ מקסימום, $(0;2)$ מקסימום, $(4;-14)$ מינימום.

ד. $(-5;0)$ מינימום, $(0;0)$ מינימום, $(-4;16)$ מקסימום.

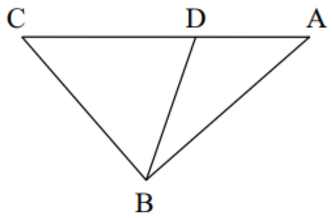
ה. $(-1;0)$ מינימום, $(0;0)$ מינימום, $(-0.8;16)$ מקסימום.

11. ב. **(1)** $x \ne 0$. **(3)**

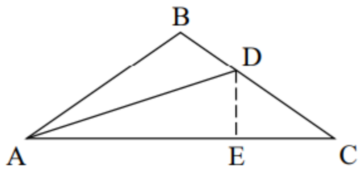


טריגונומטריה במישור – (בפרק זה - כל הזכויות שמורות להוצאת ארכימדס)

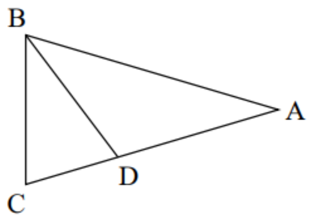
1. הנקודה D נמצאת על הצלע AC במשולש ΔABC.
שטחו של המשולש ΔBCD הוא 8 סמ"ר.
נתון: $\sphericalangle BAC = 41^\circ$, $BD =$ 4 ס"מ , $CD =$ 5 ס"מ . חשבו את:
א. גודל הזווית $\sphericalangle BDC$.
ב. אורך הצלע AB.
ג. שטח המשולש ΔABD.
ד. שטח המשולש ΔABC.



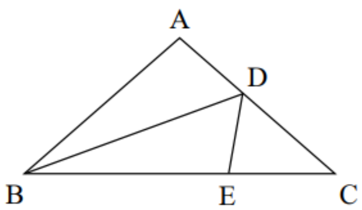
2. הקטע AD הוא חוצה זווית במשולש ΔABC שווה השוקיים $(AB = BC)$ ששטחו 45 סמ"ר. במשולש ΔACD הקטע DE הוא גובה. נתון: $\sphericalangle ABC = 110^\circ$. חשבו את:
א. שטח המשולש ΔADE.
ב. היקף המשולש ΔADE.
ג. היקף המשולש ΔABD.



3. במשולש שווה השוקיים ΔABC $(AB = AC)$, הקטע BD חוצה את הזווית $\sphericalangle ABC$. נסמן: $\sphericalangle DBC = \beta$, $AC = a$.
הביעו באמצעות β ו-a את:
א. אורך הצלע BC.
ב. אורך הצלע CD.
ג. שטח המשולש ΔABD.



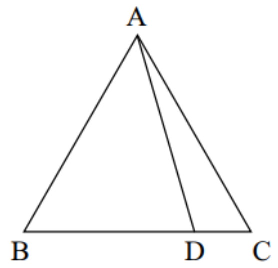
4. הקטע BD הוא חוצה זווית במשולש שווה השוקיים ΔABC.
הנקודה E נמצאת על הבסיס BC. הקטע DE הוא חוצה זווית במשולש ΔBCD . נסמן: $CD = p$, $\sphericalangle ACB = 4\alpha$.
א. הביעו באמצעות α את הזווית $\sphericalangle CDE$.
ב. הביעו באמצעות p ו- α את:
1. אורך הקטע DE.
2. אורך הקטע BD.
3. שטח המשולש ΔBDE.



5. המשולש ΔABC הוא שווה צלעות והיקפו 24 ס"מ.

הנקודה D נמצאת על הצלע BC כך שמתקיים: $BD = 3CD$.

הזווית $\sphericalangle ADC$ קהה.



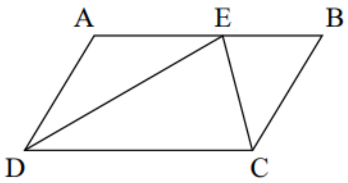
א. חשבו את אורך הקטע BD.

ב. חשבו את אורך הקטע AD.

ג. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle ADB$.

6. הנקודה E נמצאת על הצלע AB במקבילית ABCD.

נתון: $AE =$ 7 ס"מ, $BC =$ 4 ס"מ, $BE =$ 3 ס"מ, $DE = 2CE$.



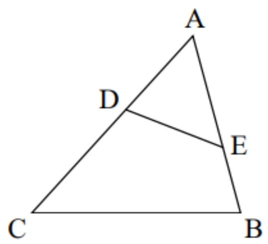
א. חשבו את אורכי הקטעים CE ו-DE.

ב. חשבו את הזווית $\sphericalangle CED$.

ג. חשבו את שטח המשולש ΔCDE.

7. הנקודות D ו-E נמצאות בהתאמה על הצלעות AC ו-AB במשולש ΔABC.

נתון: $DE =$ 3 ס"מ, $AE =$ 4 ס"מ. נסמן: $\sphericalangle AED = \alpha$.



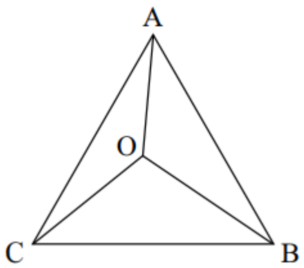
א. הראו שמתקיים: $AD = \sqrt{25 - 24 \cdot \cos\alpha}$.

ב. נתון: שטח המשולש ΔADE הוא חמישה סמ"ר.

מצאו את α וחשבו את הזווית החדה $\sphericalangle BAC$.

ג. נתון: $BE =$ 2 ס"מ, $CD =$ 5 ס"מ. חשבו את שטח המרובע BCDE.

8. (*) הנקודה O נמצאת בתוך המשולש שווה הצלעות ΔABC שהיקפו 6b. נתון: $\sphericalangle BAO = 35°$.



א. אילו אורכים של קטעים ניתן להביע באמצעות b בעזרת הנתונים?

אין צורך להביע אותם.

ב. נתון: $AO = b$.

1. חשבו את גודל הזווית $\sphericalangle ABO$.
2. הביעו באמצעות b את אורך הקטע CO.

ג. איזה נתון מהנתונים הבאים **אינו יכול** לסייע לנו למצוא את b?

i. $S_{\Delta ABO} =$ 20 סמ"ר

ii. $BO =$ 20 ס"מ

iii. היחס בין אורך BO לבין אורך CO.

iv. הצלע BC ארוכה ב-5 ס"מ מהקטע CO.

ד. נתון: היקף המשולש ΔAOC הוא 29 ס"מ. חשבו את שטחו.

תשובות: 1) א. $53.13°$. **ב.** 4.88 ס"מ. **ג.** 2.05 סמ"ר. **ד.** 10.05 סמ"ר. **2) א.** 19.22 סמ"ר. **ב.** 26.11 ס"מ.

ג. 25.06 ס"מ. **3) א.** $\frac{a\sin4\beta}{\sin2\beta}$. **ב.** $\frac{a\sin\beta\cdot\sin4\beta}{\sin2\beta\cdot\sin3\beta}$. **ג.** $\frac{a^2\sin\beta\cdot\sin4\beta}{2\sin3\beta}$. **4) א.** $90°-3\alpha$.

ב. 1. $\frac{p\cdot\sin4\alpha}{\cos\alpha}$. **2.** $\frac{p\cdot\sin4\alpha}{\sin2\alpha}$. **3.** $\frac{p^2\cdot\sin^2 4\alpha\cdot\cos3\alpha}{2\cos\alpha\cdot\sin2\alpha}$. **5) א.** 6 ס"מ. **ב.** 7.21 ס"מ. **ג.** $73.93°$.

6) א. $CE=$ 4.41 ס"מ, $DE=$ 8.82 ס"מ. **ב.** $91.97°$. **ג.** 19.45 סמ"ר.

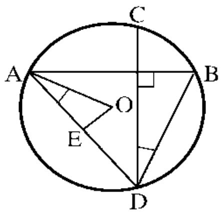
7) ב. $\alpha=56.44°$, $\sphericalangle BAC=46.85°$. **ג.** 13.45 סמ"ר.

8) א. ניתן להביע את אורכי הצלעות AB, BC ו-AC. **ב. 1.** $25.93°$. **2.** 1.17b. **ג.** iii. **ד.** 20.42 סמ"ר.

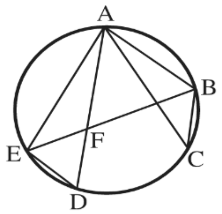
גיאומטריה במישור

תשומת הלב, פרק זה נחלק לשניים –

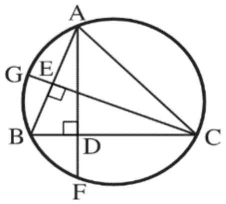
5 תרגילים מופיעים כאן ו-5 תרגילים נוספים, שויכו אליכם בתכנת ה-full proof



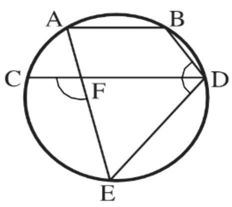
AB ו-CD הם שני מיתרים במעגל שמרכזו O
הניצבים זה לזה. הנקודה E היא אמצע המיתר AD.
א. הוכח: $\sphericalangle BDC = \sphericalangle EAO$.
ב. נתון: $\sphericalangle BDC = \sphericalangle BAO$. הוכח: $AB = AD$.
ג. נתון: $\sphericalangle ADC = 3\sphericalangle BDC$. חשב את זוויות המשולש ABD.



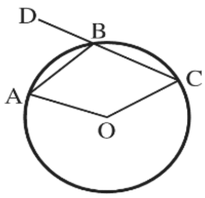
הנקודות A, B, C, D ו-E נמצאות על המעגל, כמתואר בציור. המיתרים BE ו-AD נחתכים בנקודה F.
נתון: $AC = AE$, $BC = EF$.
א. הוכח: $\Delta ABC \cong \Delta AFE$.
ב. נתון ש-BC לא מקביל ל-ED.
הוכח: המרובע BCDE הוא טרפז שווה שוקיים.



AD ו-CE הם גבהים במשולש חד זווית ABC החסום במעגל. המשכי הגבהים חותכים את המעגל בנקודות F ו-G.
הוכח: א. המשולש BGF הוא שווה שוקיים.
ב. $\sphericalangle GBF = 2\sphericalangle ABC$.



AB ו-CD הם מיתרים המקבילים זה לזה. המיתר AE חותך את המיתר CD בנקודה F.
הוכח: $\sphericalangle CFE = \sphericalangle BDE$.



ABCO הוא מרובע שקודקודיו A, B ו-C נמצאים
על המעגל והקודקוד O שלו הוא מרכז המעגל.
הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC.
א. הוכח : $\sphericalangle AOC = 2\sphericalangle ABD$.
ב. הוכח : $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A + \sphericalangle C$.
ג. נתון : $\sphericalangle A + \sphericalangle C = 115^{\circ}$.
חשב את הזווית AOC.

בנוסף, https://app.fullproof.io/he/teacher/teacher/tasks/copy/27095