עיריית רמת-גן
אגף החינוך
בית הספר התיכון העירוני "אהל-שם"
יד לישראל ארצי

עבודת קיץ במתמטיקה לעולים לכיתה י' - 5 יח"ל

תלמידים יקרים,
חומר הלימוד אליו נחשפנו בכיתה ט' מהווה בסיס להמשך לימודים מוצלח בכיתה י'. שליטה והבנה מעמיקה של נושאי הלימוד אותם הכרתם בשנת הלימודים החולפת הם נקודת הפתיחה הראויה לשנת הלימודים הבאה.

מטרת עבודת הקיץ היא לסייע לכם לשפר את המיומנויות אשר רכשתם ותעמיק את ההבנה אליה הגעתם במהלך שנת הלימודים. אנו ממליצים לכם לפתור את העבודה לאורך חופשת הקיץ, ולא לרכז את המאמץ אל תוך שבוע או שבועיים בתחילת או בסוף הקיץ.

נושאי העבודה:

טכניקה אלגברית	גיאומטריה	פונקציות וקדם אנליזה
פירוק לגורמים הוצאת גורם משותף משוואות עם נעלם במכנה פירוק לפי טרינום משוואה ריבועית	כל החומר באופן גורף, לרבות ישרים מקבילים, משולש שווה שוקיים, שווה צלעות, ישר זווית, כל משפחת המרובעים, דלתון, מקבילית, מלבן, מעוין, ריבוע וטרפז. ק.א. במשולש	משוואת ישר, הפרבולה הצגה סטנדרטית וקודקודית מעבר בין ההצגות הקשר בין הישר לפרבולה. קדם אנליזה - כל הנושאים המופיעים בחוברת האנליזה אשר נלמדה במהלך שנת הלימודים, לרבות הזזות אנכיות ואופקיות

הנחיות לביצוע העבודה:

1. העבודה תוגש באופן מסודר בתחילת שנת הלימודים למורה המלמד במקבץ אליו תשובצו.
2. עמוד ראשון של העבודה יכלול שער בו כתובים שמכם וכיתת האם. לא ניתן להגיש את העבודה יש להגיש בקלסר רך את התשובות, לפי חלוקת הפרקים ולפי סדר הופעתם בעבודה. לא ניתן להגיש את העבודה במחברת או קלסר קשיח.
3. מיד בתחילת שנת הלימודים, **בשיעור השני לכל המאוחר,** תתקיים בחינה הכוללת שאלות מתוך עבודה זו או שאלות דומות לשאלות מתוך עבודה זו.

מבנה הבחינה 4 שאלות:

- **טכניקה אלגברית**
- **חקירת פונקציה, לרבות סעיפי חשיבה**
- **קדם אנליזה**
- **גיאומטריה**

אנו מאחלים לכם למידה פורייה לצד חופשה נעימה.

צוות מורי מתמטיקה,
תיכון אהל שם, רמת גן.

טבלת מעקב

טכניקה אלגברית							
)א(1	)ב(1	)ג(1	)ד(1	)א(2	)ב(2	)ג(2	)ד(2
פונקציה קווית							
1		2		3		4	
פונקציה ריבועית - פרבולה							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
הקשר בין ישר לפרבולה							
1				2			
גיאומטריה									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
קדם אנליזה							
5	6	7	8	9	11	12	

טכניקה אלגברית - כל הזכויות שמורות להוצאת ארכימדס

המשוואה הריבועית

1. פתרו את המשוואות הבאות:

א. $x^2-2x+6=x(2x-7)$

ב. $x^2-4=(2x+4)(x+7)$

ג. $2(x-1)(x-5)=(x+4)(2-2x)$

ד. $x(2x-1)-3(x-5)=(3x-1)(2+x)-5$

2. פתרו את המשוואות הבאות:

א. $\frac{3}{x+3}+\frac{4}{x-2}=\frac{6}{(x+3)(x-2)}$

ב. $\frac{x+1}{2x-3}-\frac{3x+1}{2x+3}=\frac{4x+6}{4x^2-9}$

ג. $\frac{x-3}{x+3}-\frac{x+3}{2-x}=\frac{5x+21}{x^2+x-6}$

ד. $\frac{2}{x+2}-\frac{4}{6-3x}=\frac{x+5}{6x+12}+\frac{9}{x^2-4}$

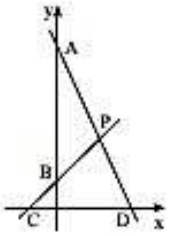
תשובות:

1) א. 1-, 6. **ב.** 16-, 2-. **ג.** 1, 0.5. **ד.** 11-, 2.

2) א. 0. **ב.** 0, 2. **ג.** 1-, 3. **ד.** 13, 4.

פונקציה קווית - כל הזכויות שמורות ליואל גבע ואריק דז'לדטי

1. הישרים AD ו- BC הם הגרפים של הפונקציות $f(x)=-2x+22$ ו- $g(x)=x+4$, בהתאמה.



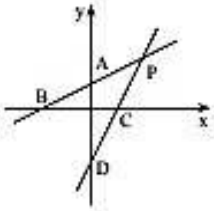
א. מצאו את שיעורי הנקודות: A, B, C, D, P.

ב. חשבו את שטח המשולש PCD.

ג. חשבו את שטח המשולש PAB.

ד. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)>0$?

2. הישרים AB ו- CD הם הגרפים של הפונקציות $f(x)=\frac{1}{2}x+1$ ו- $g(x)=2x-3$.
P היא נקודת החיתוך של שני הישרים.



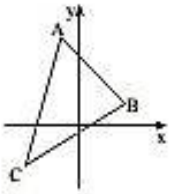
א. מצאו את שיעורי הנקודות: A, B, C, D, P.

ב. חשבו את שטח המשולש PBC.

ג. חשבו את שטח המשולש PAD.

ד. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)>g(x)$?

3. קדקודי משולש ABC הם:
$A(-1;4)$, $B(2;1)$, $C(-3;-2)$.

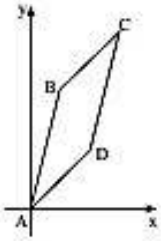


א. מצאו את שיפוע הישר AB.

ב. מצאו את משוואת חצלע AB.

ג. מצאו את משוואת הצלע AC.

4. קדקודי המרובע ABCD הם:
$A(0;0)$, $B(1;4)$, $C(3;6)$, $D(2;2)$.



א. חשבו את שיפועי צלעות המרובע.

ב. הסבירו מדוע $AB \parallel DC$ ו- $BC \parallel AD$.

ג. חוכיחו שהמרובע הוא מקבילית.

ד. הסבירו מדוע $AB=DC$ ו- $BC=AD$.

תשובות:

1. א. $A(0;22)$, $B(0;4)$, $C(-4;0)$, $D(11;0)$, $P(6;10)$. ב. 75. ג. 54. ד. $x<11$.

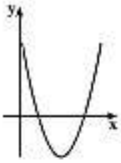
2. א. $A(0;1)$, $B(-2;0)$, $C(1\frac{1}{2};0)$, $D(0;-3)$, $P(2\frac{2}{3};2\frac{1}{3})$. ב. $4\frac{1}{12}$. ג. $5\frac{1}{3}$. ד. $x<2\frac{2}{3}$.

3. א. -1. ב. $y=-x+3$. ג. $y=3x+7$.

4. א. 4, 1, 4, 1. ד. כל שתי צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.

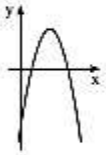
פונקציה ריבועית - פרבולה - כל הזכויות שמורות ליואל גבע ואריק דז'לדטי

1. בציור משורטט גרף הפונקציה $y = x^2 - 8x + 12$.



א. מצאו את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה.
ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
ג. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?
ד. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
ה. רשמו את התחום שבו הפונקציה חיובית.
ו. רשמו את התחום שבו הפונקציה שלילית.
ז. בכמה נקודות חותך הישר $y = -2$ את גרף הפונקציה?
ענו על פי השרטוט, כלומר ללא חישובים.

2. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 10x - 16$.



א. עבור אילו ערכי x הפונקציה הנתונה חיובית?
ב. האם הערך הגדול ביותר של הפונקציה הוא 9 או 5? הסבירו.
ג. מהו תחום הערכים שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?
ד. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה?
ה. עבור אילו ערכים של k , הישר $y = k$:
(1) חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?
(2) חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?
(3) אינו חותך את גרף הפונקציה?

3. נתונות משוואות של ארבע פונקציות:

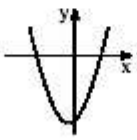
$f(x) = -x^2 + x + 6$

$g(x) = x^2 + x - 6$

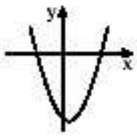
$h(x) = x^2 - x - 6$

$k(x) = -x^2 - x + 6$

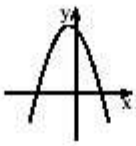
(1)



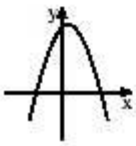
(2)



(3)



(4)



לפניכם גרפים של ארבע הפונקציות.
התאימו לכל פונקציה את הגרף המתאים לה על פי מציאת נקודות האפס, ובהתאם למקדם של x^2 .

4. נתונה הפונקציה $f(x) = (x+4)(x-2)$.
א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוג הקיצון.
ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ <u>יורדת וחיובית</u>?
ה. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה ושלילית?
ו. מהו תחום הערכים שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?
ז. לאילו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?

.5 נתונה הפונקציה $y=(x-5)^2-16$.

א. מצאו את שיעורי נקודת קדקוד הפרבולה.

ב. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.

ג. מהי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y ?

ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה במערכת צירים.

ה. מצאו לאילו ערכי x הפונקציה <u>עולה ושלילית.</u>

ו. מצאו לאילו ערכי x הפונקציה יורדת וחיובית.

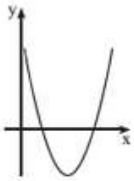
ז. קבעו נכון או לא נכון:

(1) לכל ערך של x ערך הפונקציה גדול מ- -16 .

(2) לכל ערך של x ערך הפונקציה גדול או שווה ל- -16 .

ח. נמקו, ללא חישובים, מדוע הפרבולה אינה עוברת בנקודה $(4;-17)$.

.6 לפניכם גרף הפרבולה $y=x^2-8x+12$.



א. מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x .

ב. כתבו את תחומי השליליות של הפרבולה.

ג. היעזרו בגרף ובתשובתכם לסעיף ב', ופתרו את אי-השוויון $x^2-8x+12<0$.

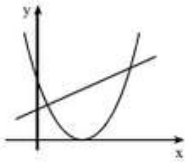
ד. מצאו לאילו ערכים של x מתקיים $y>0$.

ה. היעזרו בגרף ובתשובתכם לסעיף ד', ופתרו את אי-השוויון $x^2-8x+12>0$.

ו. פתרו את אי-השוויון $x^2-8x+12\le 0$.

ז. פתרו את אי-השוויון $x^2-8x+12\ge 0$.

.7 בציור משורטטים הגרפים של הפונקציות:



$f(x)=x^2-6x+9$ ו- $g(x)=x+3$.

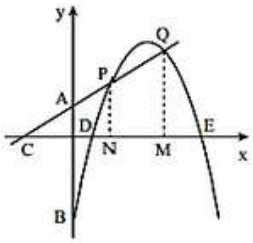
א. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)=g(x)$?

ב. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)>g(x)$?

ג. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)<g(x)$?

.8 הפרבולה והישר הם הגרפים של הפונקציות

(1) $y=-x^2+8x-7$ ו-(2) $y=x+3$.



א. מצאו את שיעורי הנקודות: A , B , C , D , E , P , Q .

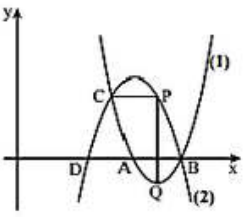
ב. מנקודות P ו- Q הורידו אנכים לציר ה- x החותכים את ציר ה- x בנקודות N ו- M . מצאו את שטח הטרפז PQMN ואת שטח המשולש CQM .

ג. האם ערך הפונקציה (1) יכול להיות 11 ?

ד. האם ערך הפונקציה (1) יכול להיות 8.75 ?

.9 הפרבולות (1) ו-(2) הן הגרפים של הפונקציות

(I) $y=-x^2+10x-21$ ו-(II) $y=x^2-12x+35$.



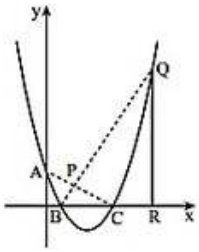
א. מצאו איזה גרף מתאים לפונקציה (1), ואיזה - מתאים לפונקציה (2)

ב. חשבו את שיעורי הנקודות A , B , C , D .

ג. דרך הנקודה C העבירו מקביל לציר ה- x החותך את פרבולה (2) בנקודה P .

מנקודה P הורידו אנך לציר ה- x , החותך את פרבולה (1) בנקודה Q .

מצאו את אורך הקטע PQ , והוכח שהנקודה Q היא קדקוד הפרבולה (1).



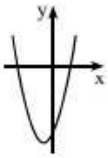
10. הפרבולה ABC היא גרף הפונקציה $y=x^2-6x+5$.
QR מאונך לציר ה- x ואורכו
שווה ל- 21 יחידות.
P היא נקודת המפגש של הישרים AC ו- BQ.
א. מצאו את שיעורי הנקודה Q.
ב. מצאו את משוואת הישר BQ.
ג. מצאו את שיעורי הנקודה P.

תשובות:

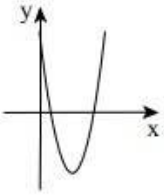
1. א. $(4;-4)$. ב. עלייה: $x>4$, ירידה: $x<4$. ג. -4. ד. $(2;0)$, $(6;0)$.
ה. $x>6$ או $x<2$. ו. $2<x<6$. ז. בשתי נקודות.

2. א. $2<x<8$. ב. 9. ג. $f(x)\le 9$. ד. $x<5$.
ה. (1) $k=9$. (2) $k<9$. (3) $k>9$.

3. א. $f(x)$ - (4), $g(x)$ - (1), $h(x)$ - (2), $k(x)$ - (3).

4. א. $(0;-8)$, $(2;0)$, $(-4;0)$. ג.


ב. $(-1;-9)$ מינימום.
ד. $x<-4$. ה. $-1<x<2$.
ו. $f(x)\ge -9$. ז. $k=-9$.

5. א. $(5;-16)$. ב. $(9;0)$, $(1;0)$. ג. $(0;9)$. ד.


ה. $5<x<9$.
ו. $x<1$.
ז. (1) לא נכון. (2) נכון.

6. א. $(2;0)$, $(6;0)$. ב. $2<x<6$. ג. $2<x<6$. ד. $x>6$ או $x<2$.
ה. $x>6$ או $x<2$. ו. $2\le x\le 6$. ז. $x\ge 6$ או $x\le 2$.

7. א. $x=1$, $x=6$. ב. $x>6$ או $x<1$. ג. $1<x<6$.

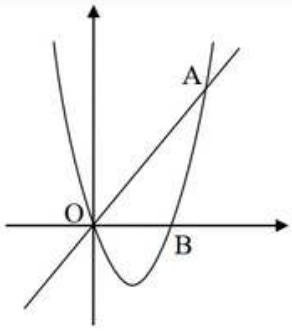
8. א. $A(0;3)$, $B(0;-7)$, $C(-3;0)$, $D(1;0)$, $E(7;0)$, $P(2;5)$, $Q(5;8)$.
ב. 19.5, 32. ג. לא. ד. כן.

9. א. (1) מתאים ל-(II), (2) מתאים ל-(I).
ב. $A(5;0)$, $B(7;0)$, $C(4;3)$, $D(3;0)$. ג. 4 יחידות, $Q(6;-1)$.

10. א. $Q(8;21)$. א. $y=3x-3$. ג. $P(2;3)$.

הקשר בין הישר לפרבולה - כל הזכויות שמורות להוצאת ארכימדס

1. לפניכם גרף הפרבולה $f(x)=x^2-3x$ החותך את ציר ה-x בנקודה B ובראשית הצירים O. הישר $g(x)$ ששיפועו 2 עובר דרך ראשית הצירים וחותך את הפרבולה בנקודה A ששיעור ה-x שלה הוא 5.



א. מצאו את שיעור ה-y של הנקודה A.

ב. מצאו את משוואת הישר $g(x)$.

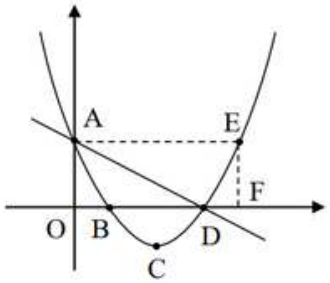
ג. חשבו את שטח המשולש ΔABO.

ד. הקיפו את שלוש הטענות הנכונות:

i. $g(2)<f(2)$ ii. $g(-2)<f(-2)$ iii. $f(-1)\cdot g(-1)<0$

iv. $f(6)<g(6)$ v. $0<f(3)+g(3)$ vi. $g(4)<f(4)$

2. הישר $y=-x+7$ והפרבולה: $g(x)=x^2-8x+7$ שקודקודה בנקודה C, חותכים את הצירים בנקודות A, B ו-D כמתואר בשרטוט. הישרים AE ו-EF מקבילים לצירים.



א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E ו-F.

ב. חשבו את אורכי הקטעים AD ו-AF.

ג. קבעו אם הישרים BC ו-CD מאונכים זה לזה. נמקו.

ד. חשבו את שטח המשולש ΔABD.

ה. מצאו עבור אילו ערכי k נחתכים גרף הפרבולה $g(x)$ והישר $y=k$ בשתי נקודות שונות.

תשובות:

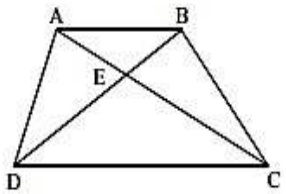
1) א. $y_A=10$. **ב.** $g(x)=2x$. **ג.** 15 יח"ר. **ד.** ii, iii ו- v.

2) א. $A(0,7), B(1,0), C(4,-9), D(7,0), E(8,7), F(8,0)$.

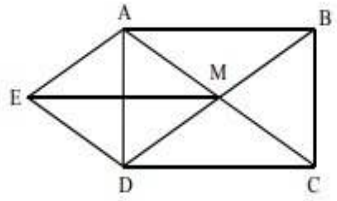
ב. 10.63 יח' אורך $=AF$, 9.9 יח' אורך $=AD$. **ג.** אינם מאונכים. מכפלת השיפועים אינה 1-.

ד. 21 יח"ר. **ה.** $-9<k$.

.22 המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel DC)$
שאלכסוניו נחתכים בנקודה E .
א. הוכיחו : $S_{ADC} = S_{BDC}$.
ב. הוכיחו : $S_{ABC} = S_{BAD}$.
ג. הוכיחו : $S_{AED} = S_{BEC}$.

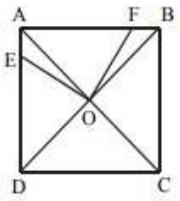


.24 ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נחתכים
בנקודה M . E היא נקודה מחוץ למלבן.
המרובע EMCD הוא מקבילית.
א. הוכיחו : המרובע AMDE הוא מעוין.
ב. נתון : שטח המלבן ABCD
הוא 32 סמ"ר. חשבו את שטח המעוין AMDE .

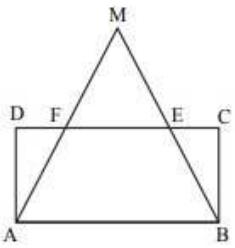


תשובה: ב. 16 סמ"ר

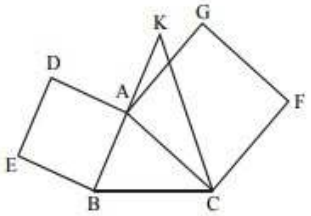
.25 המרובע ABCD הוא ריבוע. אלכסוני הריבוע נפגשים
בנקודה O . הנקודה F נמצאת על הצלע AB
והנקודה E נמצאת על הצלע AD . נתון : $FO \perp EO$.
א. הוכיחו : $\Delta AOE \cong \Delta BOF$.
ב. נתון גם : 1.5 ס"מ $= FB$, 81 סמ"ר $= S_{ABCD}$.
חשבו את שטח המשולש BOF .



.26 על הצלע AB של המלבן ABCD בנו משולש
שווה-שוקיים AMB $(AM = BM)$. MA ו- MB
חותכים את DC בנקודות F ו- E בהתאמה.
EF הוא קטע אמצעים במשולש AMB .
א. הוכיחו : $DF = EC$.
ב. הוכיחו : היחס בין שטח המשולש ADE
לשטח הטרפז ABCE הוא 3:5 .



.27 על AB ועל AC , צלעות המשולש ABC
בנו ריבועים כמתואר. הנקודה K נמצאת
על המשך הצלע AB , ומתקיים : $AB = AK$.
א. הוכיחו : (1) $\Delta DAG \cong \Delta KAC$.
(2) $S_{ABC} = S_{DAG}$.
ב. נתון : $\sphericalangle ACB = 45^\circ$.
הוכיחו : $S_{ABC} = S_{BCF}$.



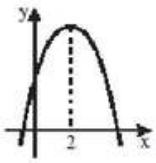
תשובה: 25)ב($\frac{3}{8}$. 3 סמ"ר

תשומת הלב, חמישה תרגילים נוספים בתכנת full proof- והם מהווים חלק אינטגרלי מעבודת הגמר.
https://app.fullproof.io/he/teacher/teacher/tasks/copy/27194

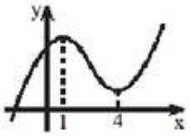
פונקציות קדם אנליזה - כל הזכויות שמורות ליואל גבע ואריק דז'לדטי

5. בכל אחד מהסעיפים הבאים מתואר גרף של פונקציה עליו מסומנים שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה.
(1). קבעו עבור כל נקודת קיצון האם היא מסוג מינימום או מקסימום.
(2). רשמו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

א.

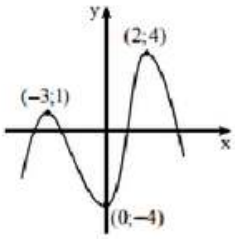


ב.

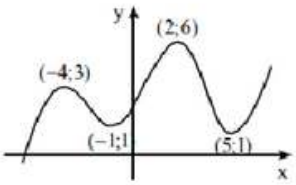


6. בכל אחד מהגרפים שלפניכם מסומנות נקודות הקיצון של הפונקציה.
היעזרו בשרטוט וכתבו את ערכי ה- x שעבורם הפונקציה עולה
ואת ערכי ה- x שעבורם הפונקציה יורדת.

א.

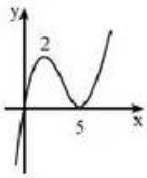


ב.

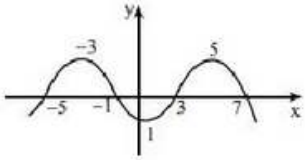


7. בסעיפים הבאים מתואר גרף של פונקציה עליו מסומנות נקודות האפס ומסומנים שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה. מצאו:
(1). את תחומי **העלייה** ואת תחומי **הירידה** של הפונקציה.
(2). את תחומי **החיוביות** ואת תחומי **השליליות** של הפונקציה.

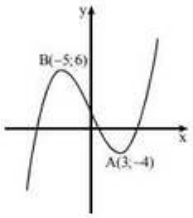
א.



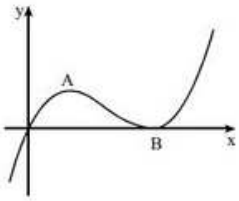
ב.



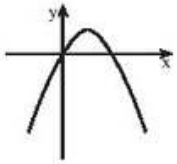
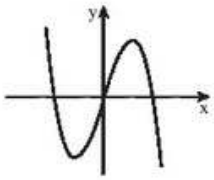
8. בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.
לפונקציה מינימום מקומי בנקודה $A(3;-4)$,
ומקסימום מקומי בנקודה $B(-5;6)$.
היעזרו בגרף וקבעו בכמה נקודות חותך
כל אחד מהישרים הבאים את גרף
הפונקציה: א. $y=-8$. ב. $y=6$. ג. $y=-1$.



9. לפונקציה $f(x)$, שהגרף שלה מתואר לפניכם,
יש מקסימום ב- $A(2;2)$ ומינימום ב- $B(5;0)$.
עבור אילו ערכים של k, הישר $y=k$:
א. חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?
ב. חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?
ג. חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות?



.11 לפניכם גרף הפונקציה הריבועית $f(x)=-x^2+2x$.
מזיזים את גרף הפונקציה $f(x)$ ב- 5 יחידות
כלפי מטה, ומקבלים את גרף הפונקציה $g(x)$.
א. הוסיפו לשרטוט את הגרף של $g(x)$.
ב. הביעו את $g(x)$ באמצעות $f(x)$.



.12 לפניכם גרף של פונקציה $f(x)$, שנקודות הקיצון
שלה הן : $(2;4)$ מקסימום, $(-2;-4)$ מינימום.
גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז למעלה
ב- 2 יחידות, והתקבלה הפונקציה $h(x)$.
א. בטאו את הפונקציה $h(x)$ באמצעות $f(x)$.
ב. מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של $h(x)$.
ג. הוסיפו למערכת הצירים את הגרף של הפונקציה $h(x)$.
ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $h(x)$ עם כל אחד מהישרים
הבאים : **(1)** הישר $y=3$. **(2)** הישר $y=6$. **(3)** הישר $y=-20$.