עבודת קיץ במתמטיקה לעולים לכיתה יא' – 5 יח"ל (שאלון 571)

תלמידים יקרים,
חומר הלימוד אליו נחשפנו בכיתה י' מהווה בסיס להמשך לימודים מוצלח בכיתה יא'. שליטה והבנה מעמיקה של נושאי הלימוד אותם הכרתם בשנת הלימודים החולפת הם נקודת הפתיחה הראויה לשנת הלימודים הבאה.

מטרת עבודת הקיץ היא לסייע לכם לשפר את המיומנויות אשר רכשתם ותעמיק את ההבנה אליה הגעתם במהלך שנת הלימודים. אנו ממליצים לכם לפתור את העבודה לאורך חופשת הקיץ, ולא לרכז את המאמץ אל תוך שבוע או שבועיים בתחילת או בסוף הקיץ.

נושאי העבודה:

חשבון דיפרנציאלי	**גיאומטריה**	**טריגונומטריה**
חקירת פונקציה רציונלית חקירת פונקציה אי רציונלית בעיות קיצון	כל החומר כולל מעגל (עד שני מעגלים, לא כולל)	שימוש בפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס במשולש ישר זווית. נוסחת שטח משולש. שימוש במשפט ה-Sin ומשפט ה-Cos

הנחיות לביצוע העבודה:

1. העבודה תוגש באופן מסודר בתחילת שנת הלימודים למורה המלמד במקבץ אליו תשובצו.
2. יש להגיש בקלסר רך את התשובות, לפי חלוקת הפרקים ולפי סדר הופעתם בעבודה. עמוד ראשון של העבודה יכלול שער בו כתובים שמכם וכיתת האם. לא ניתן להגיש את העבודה במחברת או קלסר קשיח.
3. מיד בתחילת שנת הלימודים, תתקיים בחינה הכוללת שאלות מתוך עבודה זו או ברוח עבודה זו.

מבנה הבחינה (3 מתוך 4 הנושאים להלן):

- **בעיות קיצון (כל הסוגים)**
- **חקירה מלאה של פונקציה רציונלית/אי-רציונלית, כולל סעיפי חשיבה.**
- **שאלה בטריגונומטריה**
- **שאלה בגיאומטריה**

אנו מאחלים לכם למידה פורייה לצד חופשה נעימה.

תלמיד אשר בכוונתו לגשת לבחינת השדרוג מתבקש להירשם עד לתאריך 2.9 בשעה 16:00 באמצעות הקישור הבא:

https://forms.gle/R27piD2yPRZbUGF16

ללא רישום, כאמור, לא יתאפשר לגשת לבחינת השדרוג.

צוות מורי מתמטיקה,
תיכון אהל שם, רמת גן.

<u>שאלון 471 קיץ תשפ"ד 2024 שאלות 6</u>

.6

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2x^2}{x^2-9}+4$.

א. (1) מצאו את תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

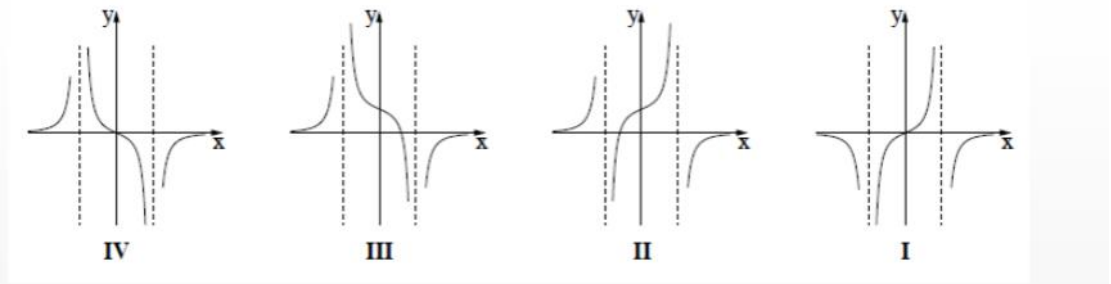
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים $I-IV$ שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.

ו. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים (1)-(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

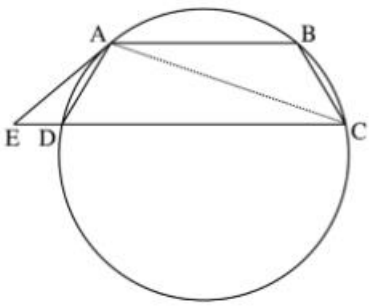
(1) בכל נקודה בתחום $x>3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.

(2) בכל נקודה בתחום $x<-3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.



<u>שאלון 481 חורף תשפ"ג 2023 שאלות 8-4 . בשאלה 6 עד סע' ו 1</u>

4. המרובע $ABCD$ הוא טרפז החסום במעגל, $AB \parallel DC$. המשיק למעגל בנקודה A חותך את המשך הצלע CD בנקודה E (ראו סרטוט).



א. הוכיחו: $ABCD$ הוא טרפז שווה שוקיים.

ב. הוכיחו: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADE$.

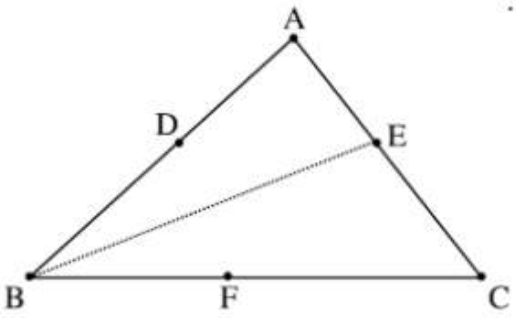
ג. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta ADE$.

נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 4 משטח המשולש ADE, $BC+ED=15$.

ד. **(1)** מצאו את אורך הצלע ED.

(2) מצאו את אורך הצלע AB.

5. בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC.



נתון: $\sphericalangle ACB = 51°$, $BC = 1.5AC$,

שטח המשולש ABC הוא 21.

א. מצאו את אורך הצלע AC.

ב. מצאו את גודל הזווית ABC.

נתון: הנקודה E נמצאת על הצלע AC

כך ש- BE חוצה את הזווית ABC.

ג. מצאו את אורך BE.

נתון: הנקודות D ו- F נמצאות על הצלעות AB ו- BC בהתאמה כך שהמרובע $BDEF$ הוא מעוין.

ד. מצאו את אורך צלע המעוין $BDEF$.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x}{x^2+4} + a$. a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן (אם צריך, הביעו באמצעות a).

נתון כי נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על ציר ה- x.

ג. מצאו את a.

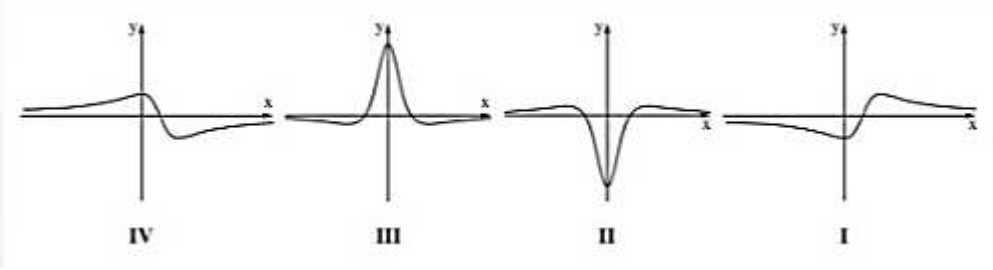
הציבו בפונקציה $f(x)$ את a שמצאתם בסעיף **ג**, וענו על סעיפים **ד-ו**.

ד. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = 3 \cdot f(x)$.

ו. **(1)** אחד מן הגרפים I – IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $g'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



7. נתונה הפונקצייה $f(x)=x^2\cdot\sqrt{4x+20}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

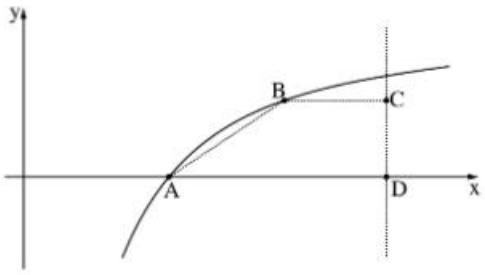
נתונה הפונקצייה $g(x)=f(x)+c$. c הוא פרמטר.

נתון כי הישר $y=12$ משיק לגרף הפונקצייה $g(x)$.

ה. מצאו את c (ציינו את שתי האפשרויות).

8. בסרטוט שלפניכם מתואר חלק מגרף הפונקצייה $f(x)=1-\frac{2}{x}$ בתחום $x>0$.

גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה A.
נקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, ברביע הראשון, משמאל לישר $x=5$.
מן הנקודה B מעבירים ישר המקביל לציר ה-x, וחותך את הישר $x=5$ בנקודה C. נתון: $D(5,0)$.



א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

נסמן את שיעור ה-x של הנקודה B ב-t.

ב. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו-C.

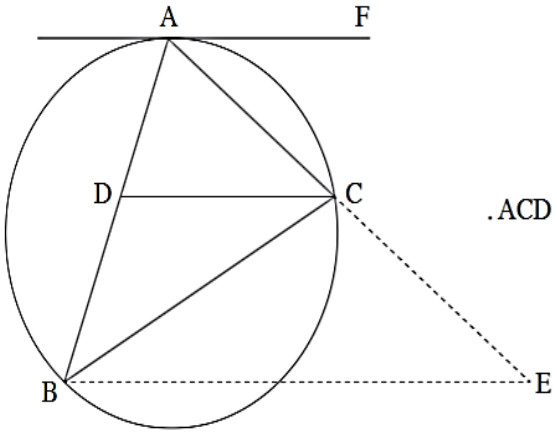
ג. מצאו את שיעורי הנקודה B שבעבורה שטח הטרפז $ABCD$ הוא מקסימלי.

ד. הראו כי השטח המקסימלי של הטרפז $ABCD$ הוא 1.

שאלון 481 קיץ תשפ"ד 2024 מועד ב שאלות 4-8 למעט סעיף ו בשאלה 7

4. משולש ABC חסום במעגל. הישר FA משיק למעגל בנקודה A.

הנקודה D נמצאת על הצלע AB כך ש־DC מקביל למשיק (ראו סרטוט).



א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta ACD$.

נתון: $AB = 4.5$, $AD = 2$.

ב. מצאו את אורך הצלע AC.

ג. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש BCD משטח המשולש ACD.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AC

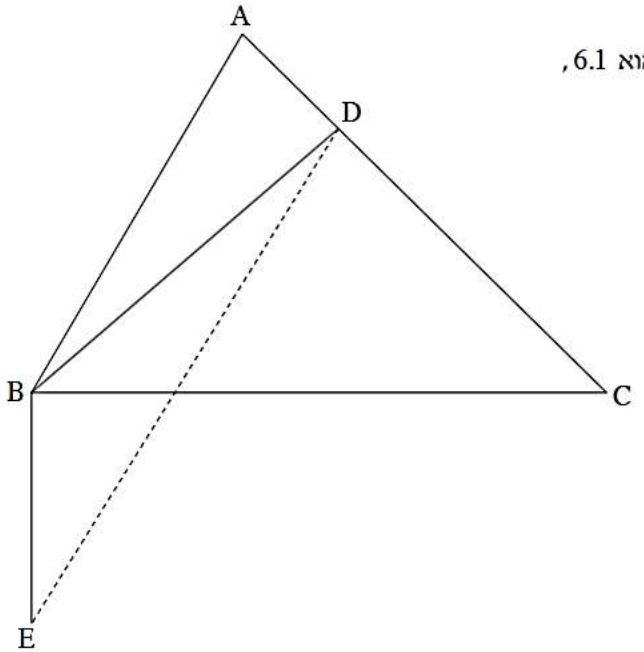
כך ש־BE מקביל ל־DC.

ד. מצאו את אורך הקטע CE.

5. בסרטוט שלפניכם משולש חד זוויות ABC.

נתון: אורך הרדיוס של המעגל החוסם את משולש ABC הוא 6.1,

$BC = 12$.



א. מצאו את גודל הזווית BAC.

הנקודה D נמצאת על הצלע AC.

נתון: $AB = 3AD$,

שטח המשולש ABD שווה ל־11.

ב. (1) מצאו את האורך של AD.

(2) מצאו את גודל הזווית ABD.

ג. מצאו את גודל הזווית ACB.

הקטע BE מאונך לצלע BC, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

נתון: $BE = 5$.

ד. מצאו את שטח המשולש DBE.

6. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{x+8}{10x-x^2}-b$. b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות b , אם יש צורך).

נתון כי הישר $y=-0.5$ משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

ג. מצאו את b .

הציבו $b=1$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ד-ה.

ד. **(1)** מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)$, שפונקציית הנגזרת שלה מקיימת $g'(x)=f(x)+0.5$.

תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ה. קבעו אם לפונקצייה $g(x)$ יש נקודות קיצון. נמקו את קביעתכם.

7.

נתונה הפונקציה $f(x)=x^2\cdot\sqrt{-0.5x+5}$, $b>0$ הוא פרמטר.

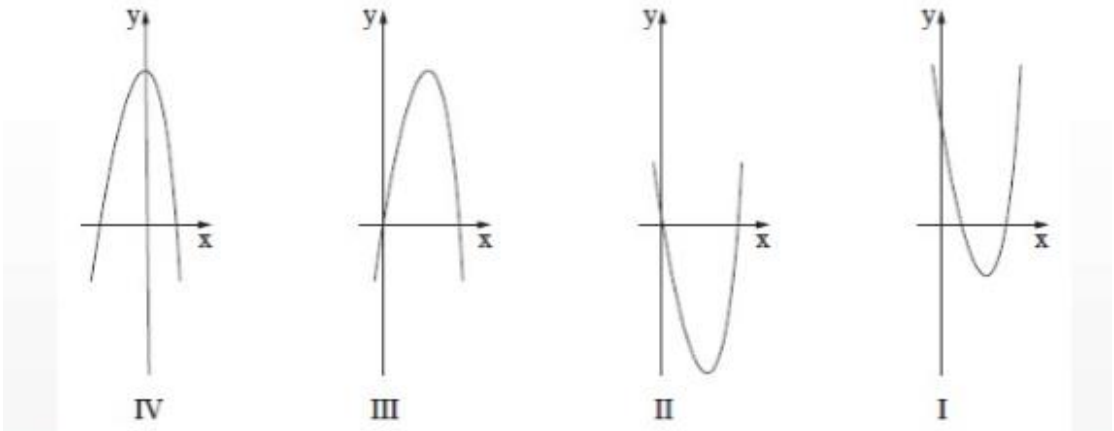
א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

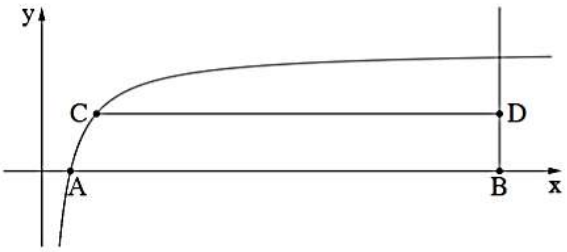
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים $I-IV$ שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x)=4-\frac{3}{x}$,
בתחום $x>0$.



גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה A.
מן הנקודה $B(12,0)$ העבירו אנך לציר ה־ x.
C היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה $f(x)$.
נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה C, $0.75<t<12$.
מן הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה־ x וחותך את האנך בנקודה D.

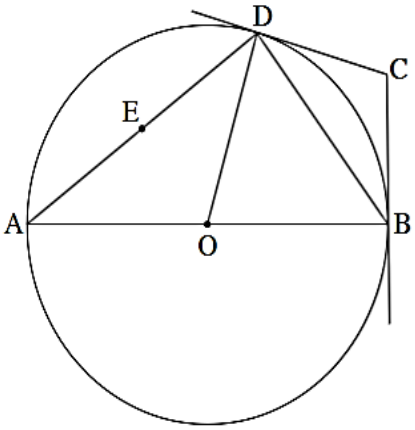
א. מצאו את שיעורי הנקודות C, A ו־ D.
הביעו את תשובותיכם באמצעות t, אם יש צורך.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C שבעבורה שטח המשולש ACD הוא מקסימלי.

ג. קבעו אם ייתכן ששטח המשולש ACD שווה ל־ 5. נמקו את קביעתכם.

שאלון 481 קיץ תשפ"ד 2024 שאלות 4-8

4. משולש ABD חסום במעגל שמרכזו O.
AB הוא קוטר במעגל.



הקטע CB משיק למעגל בנקודה B, והקטע CD משיק למעגל בנקודה D.
הנקודה E היא אמצע הצלע AD.

א. הוכיחו כי $\Delta AOD \sim \Delta BCD$.

ב. הוכיחו כי $DB=2EO$.

נתון: שטח המשולש AOD גדול פי $\frac{16}{9}$ משטח המשולש BCD.

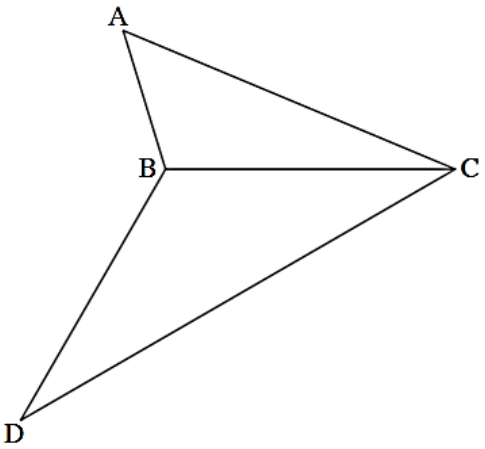
ג. מצאו את היחס $\frac{AD}{EO}$.

נתון: $EO=3$.

ד. **(1)** חשבו את שטח המשולש AOD.

(2) חשבו את שטח המרובע $ABCD$.

5. בסרטוט שלפניכם מתוארים שני משולשים בעלי צלע משותפת:



משולש שווה שוקיים BCD, שבו $BD = BC$, ומשולש ABC.

נתון: הצלע BC גדולה פי 2 מן הצלע AB, $\sphericalangle BAC = 50^o$.

א. מצאו את גודל הזווית ACB.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 16.

ב. מצאו את אורך הצלע CB.

נתון: $DC = 14$.

ג. מצאו את גודל הזווית DBC.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC.

ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את משולש DBE.

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-9} + 4$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

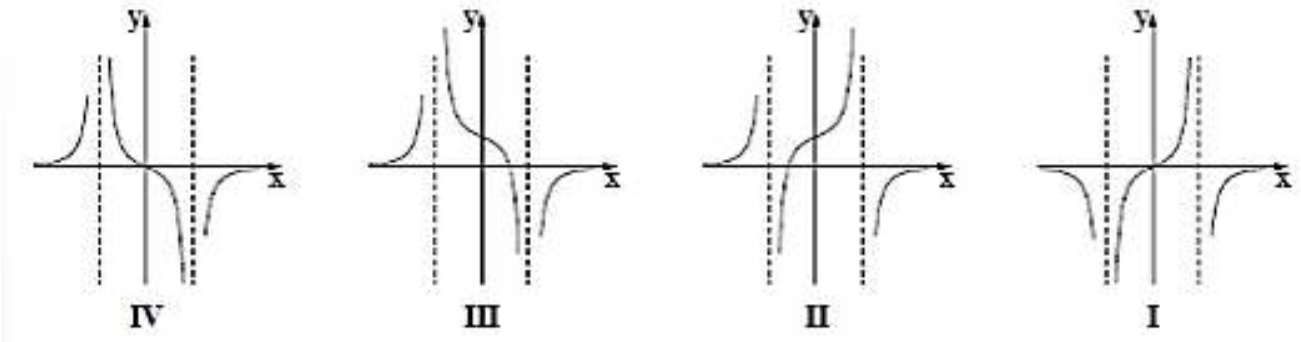
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.



7. נתונה הפונקצייה $f(x)=\sqrt{5-2x}+bx$, $b>0$ הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה $(-10,0)$.

א. מצאו את הערך של b .

הציבו $b=\frac{1}{2}$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ב–ו.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y .

ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה פונקצייה $g(x)$, המקיימת $g'(x)=-f(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו. מצאו את שיעור ה־ x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.

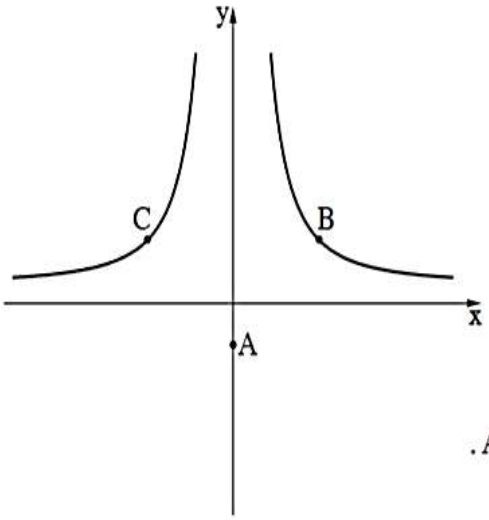
8. נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{48}{x^2}+1$.

נתונה הנקודה A , ששיעוריה הם $(0,-2)$.

הנקודות B ו־ C נמצאות על גרף הפונקצייה $f(x)$, כמתואר בסרטוט.

הישר BC מקביל לציר ה־ x .

נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה B ב־ t , $t>0$.



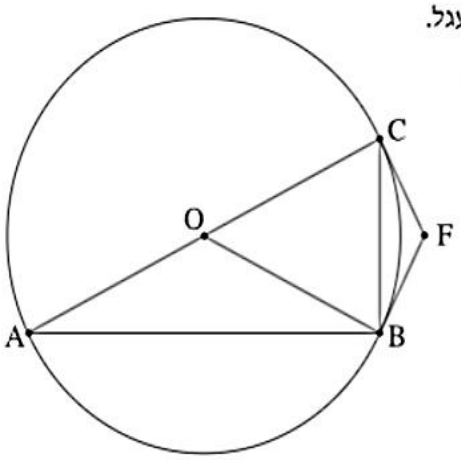
א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו־ C .

ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

ג. בעבור הערך של t שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC .

<u>שאלון 481 חורף תשפ"ה 2025 שאלות 8-4 למעט סעיף ה בשאלה 7</u>

.4



נתון מעגל שמרכזו O. המשולש ABC חסום במעגל כך ש־ AC הוא קוטר במעגל.
מן הנקודות B ו־ C העבירו משיקים למעגל הנפגשים בנקודה F (ראו סרטוט).

א. הוכיחו כי המרובע OCFB הוא דלתון.

ב. הוכיחו כי $\sphericalangle CAB = \sphericalangle COF$.

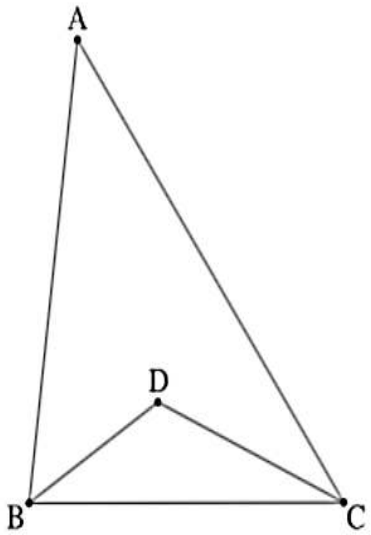
ג. הוכיחו כי $\Delta AOB \sim \Delta CFB$.

נתון כי שטח המשולש AOB גדול פי 4 משטח המשולש CFB.
הנקודה E היא נקודת החיתוך של אלכסוני הדלתון OCFB.

ד. הוכיחו כי $CB = OE$.

.5

נתון משולש חד זוויות ABC. הנקודה D נמצאת בתוך המשולש ABC
כך ש־ $\sphericalangle BDC = 120^o$ (ראו סרטוט).



נתון: $DB = 3$, $DC = 4$.

א. מצאו את אורך הצלע BC.

נתון: רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC גדול פי 1.3
מרדיוס המעגל החוסם את המשולש DBC.

ב מצאו את גודל הזווית BAC.

נתון: $AB = 7.5$.

ג. מצאו את אורך הצלע AC.

ד. חשבו את שטח המרובע BACD.

.6

נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{x^2+x+a}{x}$. $a\neq 0$ הוא פרמטר.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ עובר בנקודה $(5, 9.2)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a=16$, וענו על סעיפים ג–ה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקצייה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נגזרת הפונקצייה $g(x)$ מקיימת $g'(x)=f(x)-11$.

ה. **(1)** סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(2) מצאו את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

.7

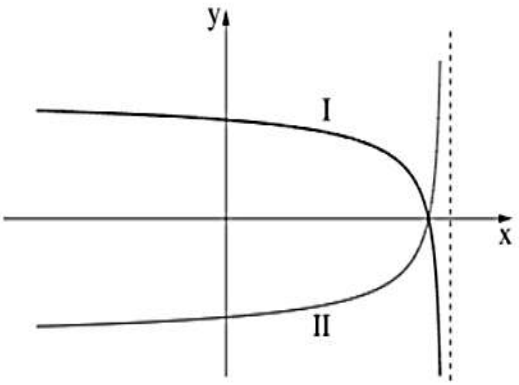
הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x\leq 3$,

ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x<3$.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת בלבד, מסוג מקסימום.

בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו־ II , אחד מהם

מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x)=5x+2\sqrt{15-5x}$.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

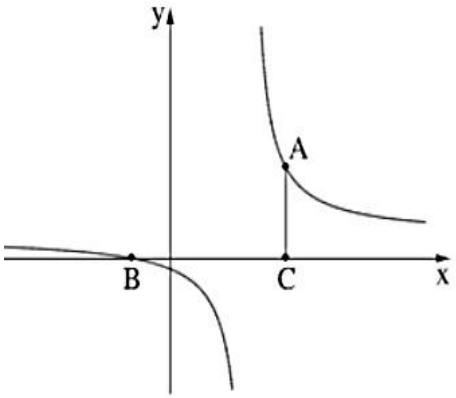
גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה אחת בלבד, בחלקו השלילי.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

.8

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=\frac{x+3}{x-6}$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה C נמצאת על ציר ה־ x כך שהקטע AC מקביל לציר ה־ y.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

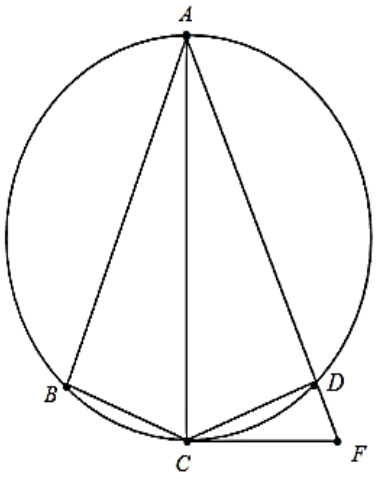
ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

(2) מצאו את השטח המינימלי של המשולש ABC.

<u>שאלון 481 קיץ תשפ"ה 2025 שאלות 8-4 בשאלה 6 עד סעיף ה 1 כולל.</u>

.4

המרובע ABCD חסום במעגל.
הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AD כך ש- CF משיק למעגל.
נתון כי המיתר AC חוצה את הזווית $\sphericalangle BAD$ (ראו סרטוט).



א. הוכיחו כי $\sphericalangle ABC=\sphericalangle CDF$.

ב. (1) הוכיחו כי $\triangle ABC\sim\triangle CDF$.

(2) הוכיחו כי $(BC)^2=AB\cdot DF$.

נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 6.25 משטח המשולש CDF,
$DF=4$.

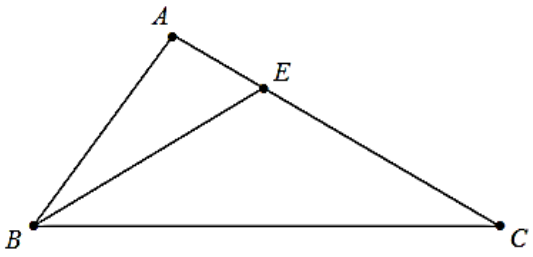
ג. מצאו את אורכי הקטעים BC ו- AB.

נתון: $\sphericalangle CDF=90^\circ$.

ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל

.5

בסרטוט שלפניכם משולש ABC.
הנקודה E נמצאת על הצלע AC.
נתון: $AB=12$, $AC=20$, $BC=25$.



א. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle BAC$.

נתון כי אורך הקטע AE שווה לרדיוס המעגל החוסם את המשולש ABE.

ב. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle ABE$.

ג. מצאו את אורך הקטע EC.

הנקודה K נמצאת על הצלע BC כך ששטח המשולש ECK הוא 32.

ד. מצאו את אורך הקטע CK.

.6

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-9}{x^2+1}+1$, המוגדרת לכל x.

א. מצאו את משוואות האסימפטוטה המקבילה לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

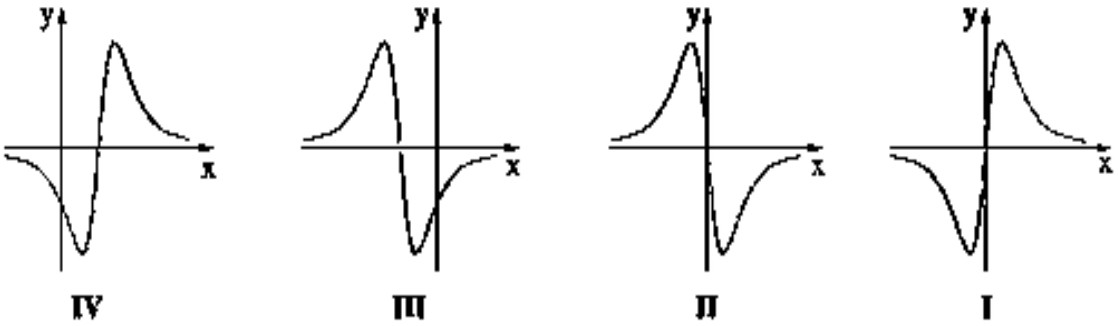
ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים $I-IV$ שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.



.7

נתונה הפונקציה $f(x)=(3x-9)\cdot\sqrt{15-x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

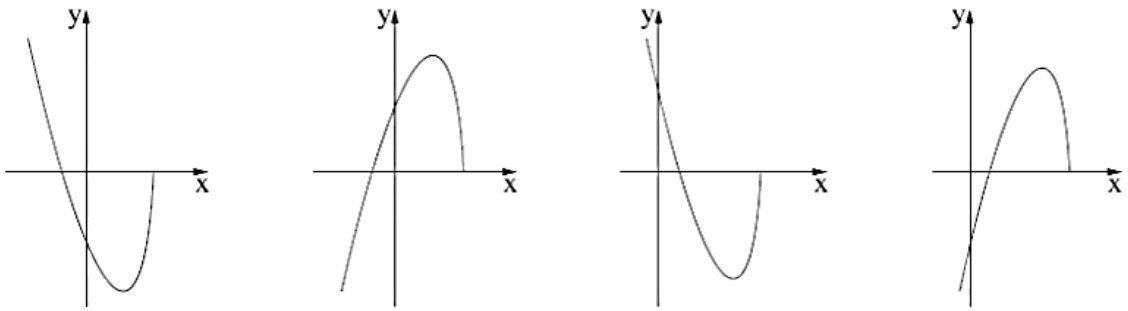
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x+6)$, המוגדרת בתחום $x\le 9$.

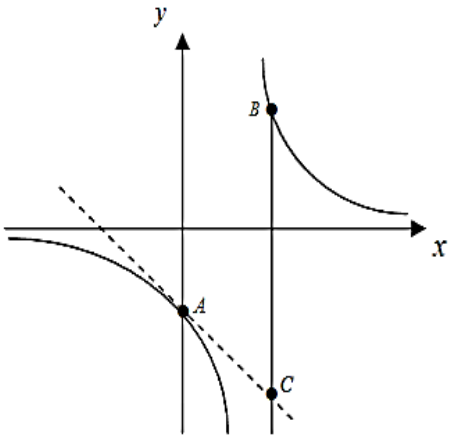
ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים $I-IV$ שלפניכם מתאר את הפונקציה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.

(2) מהם שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $g(x)$?



8.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x)=\frac{a}{x-2}$, המוגדרת בתחום $x\neq 2$.



a הוא פרמטר שונה מ-0.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y.

דרך הנקודה A העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק הוא -1.5.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=6$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ג.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$, בתחום $x>2$.

הנקודה C נמצאת על המשיק כך שהקטע BC מקביל לציר ה-y.

נסמן ב- t את שיעור ה-x של הנקודה B.

ג. (1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע BC.

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע BC הוא מינימלי.

שאלון 571 קיץ תשפ"א 2021 שאלה 6 עד סעיף ד

6. נתונות הפונקציות: $g(x)=\frac{x}{(x^2-2)^3}$, $f(x)=\frac{x}{(x^2-2)^2}$.

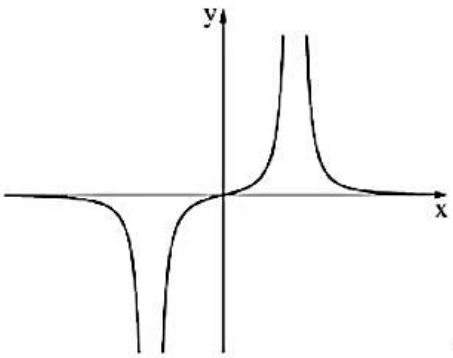
א. ענה על תתי-סעיפים (1)-(4) בעבור כל אחת משתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

(3) הראה כי אין לפונקציה נקודות קיצון.

(4) הוכח כי הפונקציה אי-זוגית.



ב. **(1)** הגרף שלפניך מתאר את אחת הפונקציות $g(x)$ או $f(x)$. קבע איזו מן הפונקציות הגרף מתאר. נמק את קביעתך.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה האחרת.

נתונה פונקציה $h(x)$ שמקיימת $h'(x)=f(x)$.

$f(x)$ ו- $h(x)$ מוגדרות באותו תחום.

ג. מה הם תחומי העלייה והירידה של $h(x)$?

שאלון 571 חורף תשפ"ג 2023 שאלה 8

8. לפניכם שלוש פונקציות שלכל אחת מהן שני ערכי x שבהם היא אינה מוגדרת.

$$g(x)=\frac{x^2-1}{(x+1)(x+2)}\ ,\ h(x)=\frac{x^3}{x(x+2)}\ ,\ k(x)=\frac{x^3-1}{x^2(x+2)}$$

ידוע כי לאחת משלוש הפונקציות יש אסימפטוטה אופקית אחת ואסימפטוטה אנכית אחת בלבד.

א. מבין שלוש הפונקציות הנתונות, קבעו איזו פונקצייה מקיימת את כל התכונות האלה. נמקו את קביעתכם.

ענו על סעיפים ב-ד עבוד הפונקציה שקבעתם בסעיף א.

ב. **(1)** מצאו את המשוואה של האסימפטוטה האופקית ואת המשוואה של האסימפטוטה האנכית של הפונקצייה.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה עם הצירים.

נתון כי לפונקצייה זו אין נקודות קיצון.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה.

נסמן נקודה A על גרף הפונקצייה, שעבורה $x=t$, $-1<t<1$.

מן הנקודה A מעבירים שני ישרים, האחד מאונך לציר ה- x,

והאחר מאונך לאסימפטוטה האנכית של הפונקצייה,

כך שנוצר מלבן על ידי שני הישרים,

על ידי האסימפטוטה האנכית ועל ידי ציר ה- x.

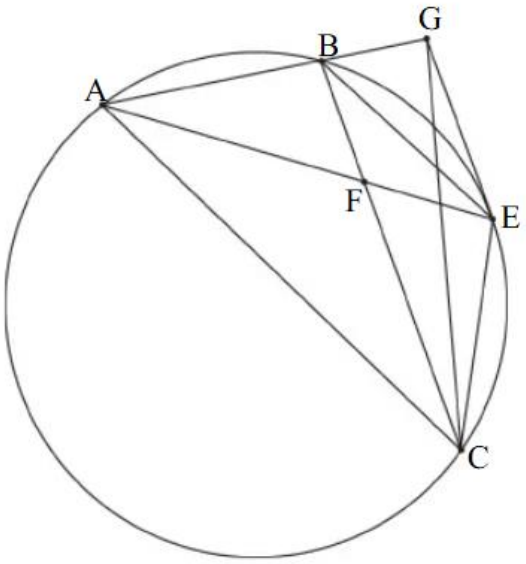
ד. מצאו את ערכו של t שבעבורו היקף המלבן המתקבל הוא מינימלי.

תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.

<u>שאלון 571 קיץ תשפ"ג 2023 שאלות 4-5</u>

4. הנקודות A , B ו- C נמצאות על מעגל.

נקודה E היא אמצע הקשת BC ,
כמתואר בסרטוט שלפניכם. בנקודה E
מעבירים משיק למעגל. המשיק חותך
את המשך המיתר AB בנקודה G .
המיתרים AE ו- BC נחתכים בנקודה F .



א. הוכיחו: $\Delta ACE \sim \Delta AEG$.

נתון: $AG = 6$, $AE = 3\sqrt{6}$.

ב. חשבו את אורך המיתר AC .

ג. הוכיחו: $BC \parallel GE$.

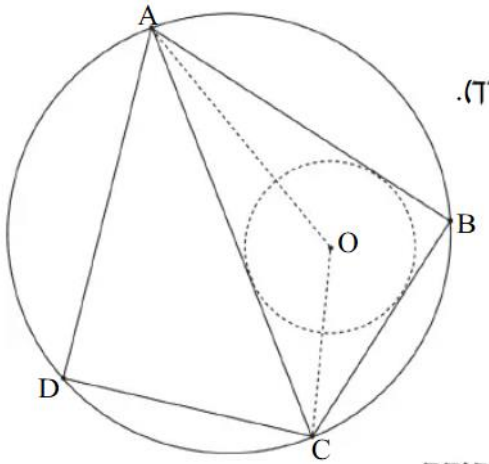
נתון: שטח המשולש ABF גדול פי 2 משטח המשולש BFE .

ד. חשבו את אורך המיתר AB .

ה. מהו היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש AFC ?
נמקו את תשובתכם.

5. דלתון $ABCD$ חסום במעגל שרדיוסו R . המיתר AC הוא האלכסון הראשי של הדלתון. הנקודה O היא מרכז המעגל החסום במשולש ABC (ראו סרטוט).

נסמן: $\sphericalangle CAB = \alpha$.



א. **(1)** מצאו את זוויות המשולש AOC
(הביעו באמצעות α במידת הצורך).

(2) הביעו את אורך הקטע AO
באמצעות α ו- R .

נתון כי אורך הקטע AO הוא $R\sqrt{2}$.

ב. מצאו את גודל הזווית α .

נתון כי שטח הדלתון הוא $25\sqrt{3}$.

ג. מצאו את R .

ד. חשבו את המרחק בין מרכז המעגל החוסם
את הדלתון לבין מרכז המעגל החסום במשולש ABC .

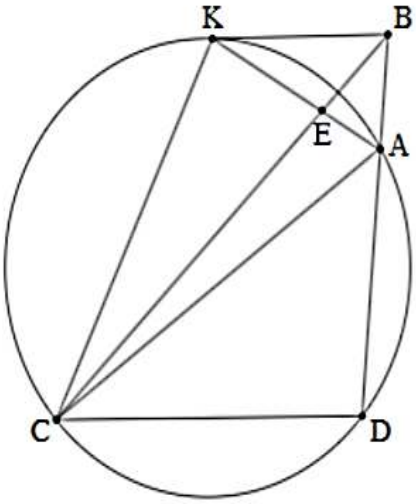
<u>שאלון 571 חורף תשפ"ה 2025 שאלות 4,5,8</u>

4. במרובע BKCD הצלע KB מקבילה לצלע CD.

הצלע CD היא מיתר במעגל והצלע KB משיקה למעגל בנקודה K.

הצלע BD חותכת את המעגל בנקודה A.

האלכסון BC חותך את המיתר AK בנקודה E (ראו סרטוט).



א. הוכיחו כי $\triangle ABK \sim \triangle AKC$.

ב. הוכיחו כי $\frac{AB}{AC}=\frac{BE}{CE}$.

נתון: $BE=\frac{1}{4}CE$.

ג. מצאו את היחס $\frac{AK}{AB}$.

נתון: שטח המרובע ABKC הוא 30.

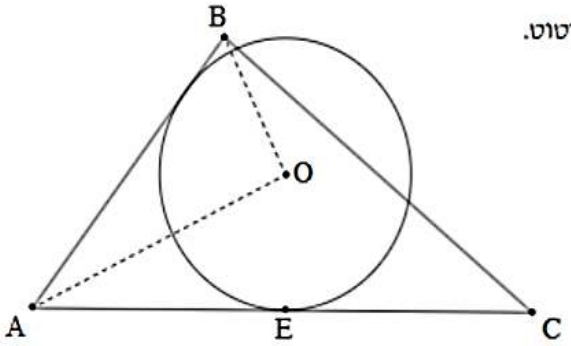
נסמן ב־ S את שטח המשולש AEB.

ד. הביעו באמצעות S את שטח המשולש KEC.

5. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

מן הנקודה A העבירו שני ישרים AB ו־ AC המשיקים למעגל.

הנקודה E היא נקודת ההשקה של הישר AC למעגל, כמתואר בסרטוט.



נתון: $AE=CE$, $BO\perp AO$.

נסמן ב־ 2β את הזווית BAC.

א. הביעו באמצעות R ו־ β את האורך של AB.

נתון כי האורך של AB הוא $2.5R$,

והזווית BAC היא זווית חדה.

ב. מצאו את הערך של β.

ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש AOB.

נתון כי האורך של רדיוס המעגל <u>החוסם</u> את המשולש ABC הוא 14.

ד. מצאו את הערך של R.

.8

נתונה הפונקצייה $f(x) = x\sqrt{8-x}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$.

ידוע כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת ואין לה נקודות פיתול.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם החלק החיובי של ציר ה־ x.

מן הנקודה A העבירו שני אנכים:

אנך אחד לציר ה־ x החותך אותו בנקודה B , ואנך נוסף לישר $x = 8$ החותך אותו בנקודה D .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן $ABCD$ הוא מקסימלי.

<u>שאלון 581 חורף תשפ"ב 2022 שאלה 6 עד סעיף ה 1 כולל.</u>

6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2}{(x^3-m)^2}$, m הוא פרמטר חיובי.

א. הבע את תשובותיך באמצעות m , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=(-1)$.

ב. מצא את הערך של m .

הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של m שמצאת,
וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)=k\cdot f(x)$, k הוא פרמטר שלילי.

(1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$.

<u>שאלון 581 קיץ תשפ"ג 2023 מועד מיוחד שאלות 4-5 בנוסף שאלה 7 למעט סעיף ד ושאלה 8</u>

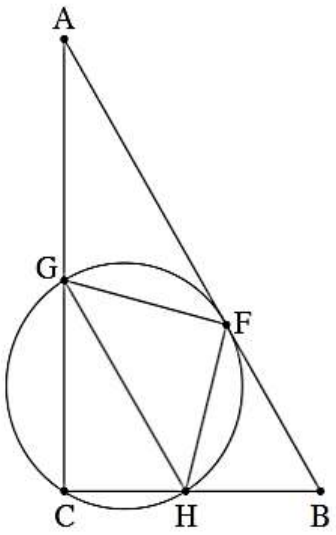
4. המשולש ABC הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle ACB = 90^o$.

הנקודות F, G, H, נמצאות על הצלעות AB, AC, CB בהתאמה,

כך שהמרובע $GCHF$ חסום במעגל (ראו סרטוט).

נתון: AB משיק למעגל בנקודה F,

$AB \parallel GH$.



א. הוכיחו: $FG = FH$.

ב. (1) מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle ACF$.

(2) הוכיחו: $\Delta GFC \sim \Delta FBC$.

קוטר המעגל היוצא מנקודה F חותך את הצלע AC

בנקודה E.

ג. הוכיחו: $\sphericalangle FEB = \sphericalangle FCB$.

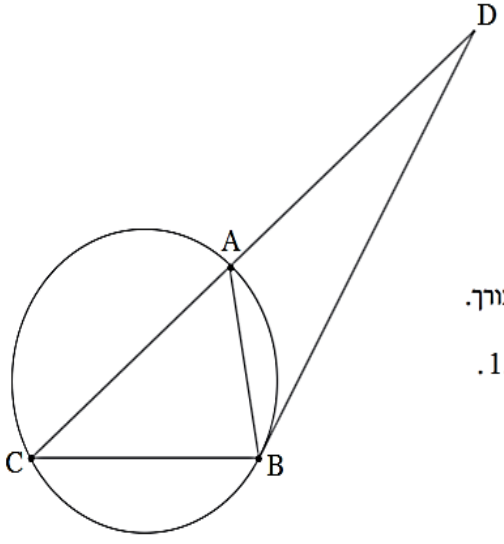
5. המשולש ABC חסום במעגל שהרדיוס שלו הוא R.

המשיק למעגל בנקודה B חותך את המשך הצלע CA

בנקודה D, כמתואר בסרטוט.

נסמן: $\sphericalangle ABD = \alpha$.

נתון: $\sphericalangle DBC = 120^o$.



א. הביעו את אורכי הצלעות AB ו־BC באמצעות R ו־α, אם יש צורך.

נתון: היחס בין שטח המשולש BDC ובין שטח המשולש BDA הוא 1.8.

ב. מצאו את α.

נתון כי רדיוס המעגל החסום במשולש BDA הוא 6.

ג. מצאו את R.

7. נתונה הפונקצייה $f(x)=x+\sqrt{x^2-9}$.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x (אם יש כאלה).

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(4) מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה ($\cup$) וכלפי מטה ($\cap$) של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x)=-f(-x)$. הפונקציות $f(x)$ ו־ $h(x)$ מוגדרות באותו תחום.

ג. באותה מערכת צירים שבה סרטטתם סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$, הוסיפו בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)$.

8. ישר ששיפועו -2 חותך את החלק החיובי של ציר ה־ x בנקודה B, ואת החלק החיובי של ציר ה־ y בנקודה A.

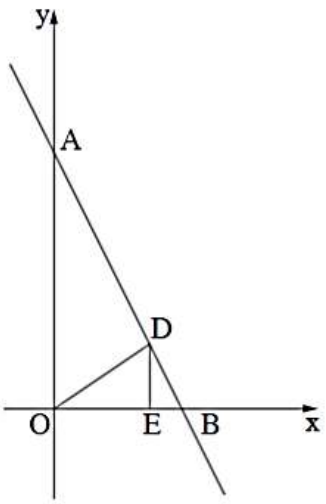
הנקודה D נמצאת על הישר AB ברביע הראשון.

הנקודה E נמצאת על ציר ה־ x כך שהקטע DE מקביל לציר ה־ y.

הנקודה O היא ראשית הצירים, כמתואר בסרטוט.

נסמן את אורך הקטע OE ב־ p.

נתון: שטח המשולש OED הוא $\frac{p}{2}$.



א. הביעו באמצעות p את משוואת הישר AB.

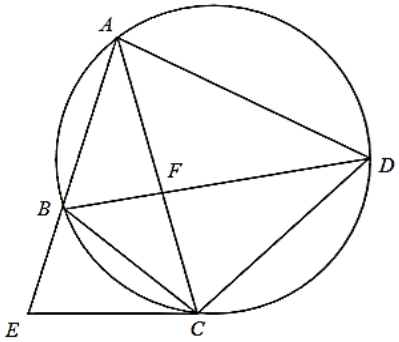
ב. מצאו את הערך של p שבעבורו היחס בין שטח המשולש OED ובין שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.

<u>שאלון 581 קיץ תשפ"ד 2024 שאלות 4-5 , שאלה 6 בלי סעיף ג</u>

.4

המרובע ABCD חסום במעגל. אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה F.
המשיק למעגל בנקודה C חותך את המשך המיתר AB בנקודה E (ראו סרטוט).
נתון : $AB = CB$.

א. הוכיחו : $\sphericalangle EBC = 2 \cdot \sphericalangle BDC$.



נתון: AC חוצה את $\sphericalangle ECD$.

$\frac{CD}{CF} = \frac{8}{5}$.

ב. (1) הוכיחו : $AC = AD$.

(2) מצאו את היחס $\frac{AD}{CD}$.

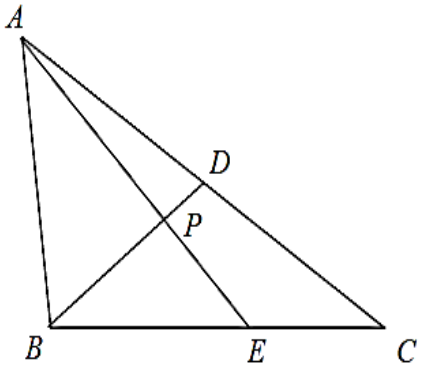
(3) מצאו את היחס $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle CBF}}$.

נסמן את שטח המשולש ABF ב- S .

ג. הביעו באמצעות S את שטח המשולש AEC.

.5

במשולש ABC , BD הוא תיכון לצלע AC. הנקודה E נמצאת על הצלע BC.
BD ו- AE נחתכים בנקודה P (ראו סרטוט).
נתון: $BP = 3 \cdot PD$.
נסמן : $AB = k$, $\sphericalangle BAP = \alpha$, $\sphericalangle ABP = \beta$, $\alpha < \beta$.



א. הביעו באמצעות α , β ו- k את אורכי הקטעים AP ו- BP.

נתון כי AD ו- BE מאונכים זה לזה, וכי שטח המשולש ABD הוא $0.28k^2$.

ב. מצאו את גודל הזווית α .

ג. מצאו את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEC
ובין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEB.

ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEC כך שמתקיים $\sphericalangle ABC = 90^\circ$.
הביעו את תשובתכם באמצעות k .

.6

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{6x}{\left(x^2-a\right)^2}$, a הוא פרמטר חיובי.

ענו על סעיפים א' – ה' . הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

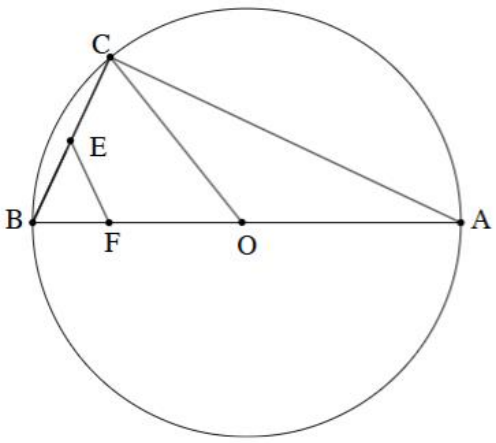
(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x)=f(x)$. גרף הפונקציה $g(x)$ עובר בנקודה $(0,0)$.

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

<u>שאלון 581 קיץ תשפ"ד 2024 מועד ב שאלות 4-5</u>



4. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O כך ש־ AB הוא קוטר במעגל.

הנקודה E נמצאת על הצלע BC ,

והנקודה F נמצאת על הקטע BO , כמתואר בסרטוט.

נתון כי המרובע CEFO הוא בר חסימה במעגל.

א. הוכיחו: $EF=EB$.

המעגל החוסם את המרובע CEFO חותך את הצלע AC בנקודה D

כך ש־ ED מקביל ל־ AB .

ב. **(1)** הוכיחו כי המרובע EDOB הוא מקבילית.

(2) הוכיחו: $OD\perp AC$.

הישר ℓ משיק בנקודה C למעגל החוסם את המשולש ABC .

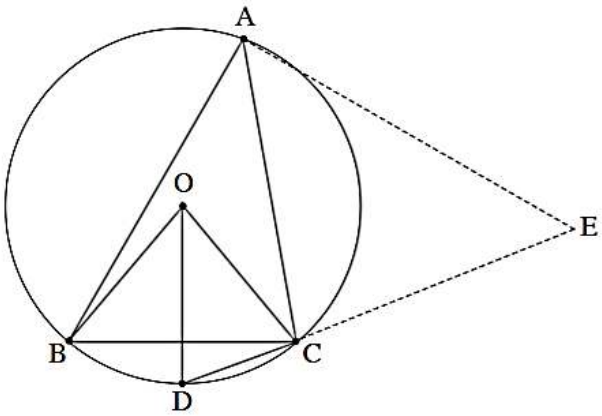
ג. הוכיחו כי הישר ℓ משיק למעגל החוסם את המרובע CEFO .

5. משולש ABC חד זוויות חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

הנקודה D היא אמצע הקשת הקטנה BC, כמתואר בסרטוט.

נתון: $\sphericalangle ABC = 60^o$.

נסמן: $\sphericalangle BAC = \alpha$.



א. הביעו באמצעות R ו־ α את שטחי המשולשים ABC ו־ ODC.

נתון כי היחס בין שטח המשולש ABC

ובין שטח המשולש ODC הוא $2\sqrt{3}\sin(84^o)$.

ב. מצאו את הערך של α.

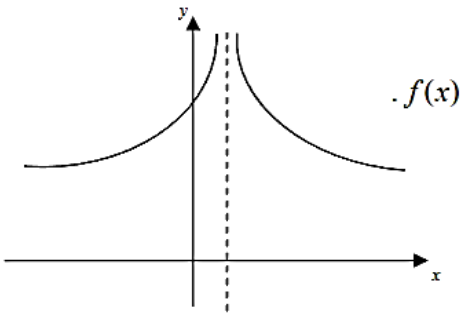
הנקודה E נמצאת על המשך המיתר DC כך ש־ $\sphericalangle CAE = 51^o$, כמתואר בסרטוט.

ג. הביעו באמצעות R את רדיוס המעגל החסום במשולש ACE.

<u>שאלון 581 קיץ תשפ"ה 2025 שאלה 8</u>

8.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x)=\frac{a}{(x-1)^2}+9$.



הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \neq 1$. a הוא פרמטר חיובי.

א. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$, ושיעור ה-x שלה הוא 2.

דרך הנקודה C העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ב. הביעו באמצעות a את משוואת המשיק.

המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה A ואת הישר $x=1$ בנקודה B.

D היא נקודה ששיעוריה הם $(1,0)$.

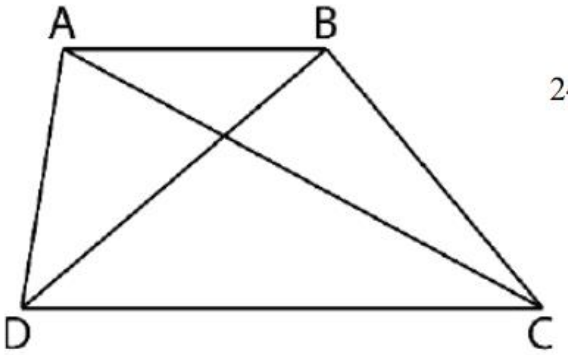
ג. הביעו באמצעות a את שטח המשולש ADB.

ד. מצאו את הערך של a שעבורו שטח המשולש ADB הוא מינימלי.

שאלות קצרות:

571 חורף תשפ"ב 2022 שאלה 1 סעיפים א,ד

.1



א. לפניך טרפז $ABCD$ $(AB||CD)$.

נתון: שטח המשולש ADC הוא 24

ושטח המשולש ADB הוא 12.

(1) חשב את היחס בין אורך

הבסיס הגדול

ובין אורך הבסיס הקטן

של הטרפז $ABCD$.

(2) חשב את שטח הטרפז $ABCD$.

571 קיץ תשפ"ג 2023 שאלה 1 סעיפים ב,ד

.1

ב. בטרפז $ABCD$ $(AB||CD)$ הקטע EF הוא קטע אמצעים.

הקטע EF חותך את

האלכסונים AC ו-BD

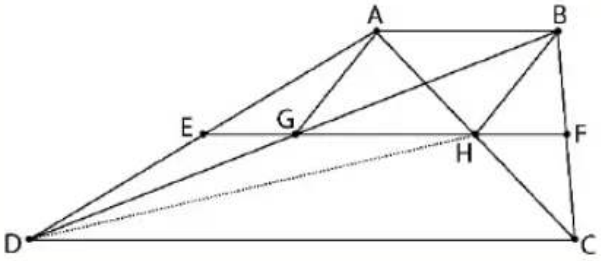
של הטרפז

בנקודות G ו-H בהתאמה.

נתון כי המרובע $ABHG$

הוא מקבילית.

(1) הוכיחו: $GH = 2EG$.



המשך הישר AG חותך את הקטע DH בנקודה M.

(2) הוכיחו: הקטע AM חוצה את הקטע DH.

ד. לפניכם הגרף של הפונקצייה $f(x)$.

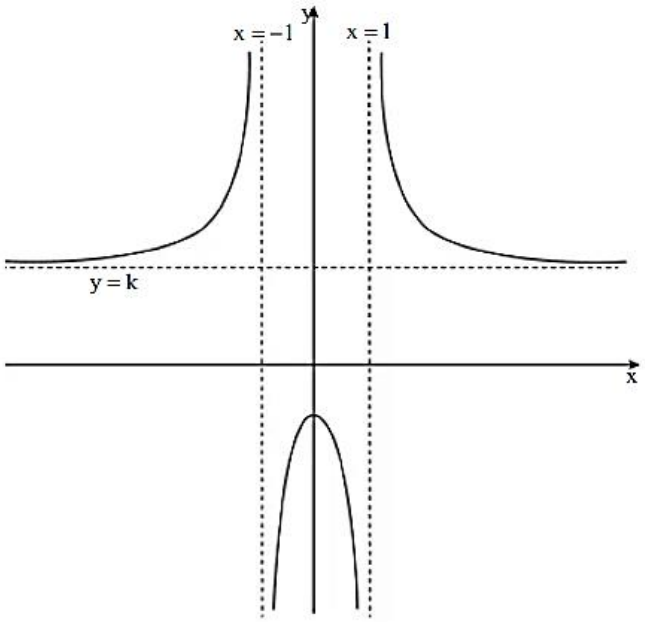
הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת עבור $x \neq 1$, $x \neq -1$.

משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$

הן: $x=1$, $x=-1$, $y=k$, $k>1$.

שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה-y הם $(0,-a)$,

a הוא מספר חיובי.



(1) מצאו עבור אילו ערכים של a יש לגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$\frac{1}{f(x)}$

שתי נקודות חיתוך. נמקו.

(2) נתון כי המרחק בין האסימפטוטות האופקיות של

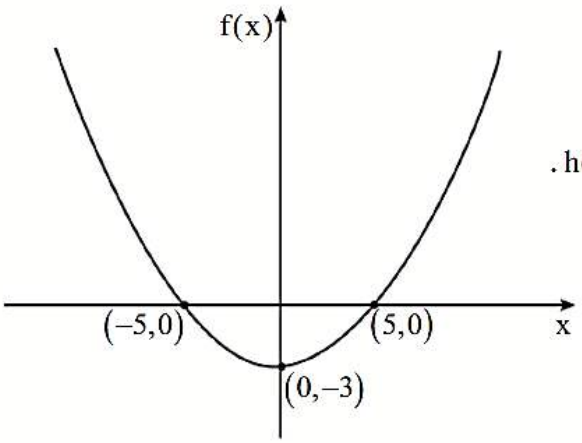
הפונקציות $f(x)$ ו-$\frac{1}{f(x)}$ הוא 1.5.

מהו הערך של k? נמקו.

571 קיץ תשפ"ד 2024 שאלה 1 סעיפים ג,ד

1.

ג. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x)$, ועליו כתובים כל שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x ושיעורי נקודת המינימום שלה.



הפונקציה מוגדרת לכל x.

נתונות הפונקציות:

$g(x)=|f(x)+m|$, $h(x)=|f(x)|+m$.

m הוא פרמטר, $0<m<2$.

(1) הביעו באמצעות m, אם יש צורך, את שיעורי נקודת המקסימום של הפונקציה $g(x)$.

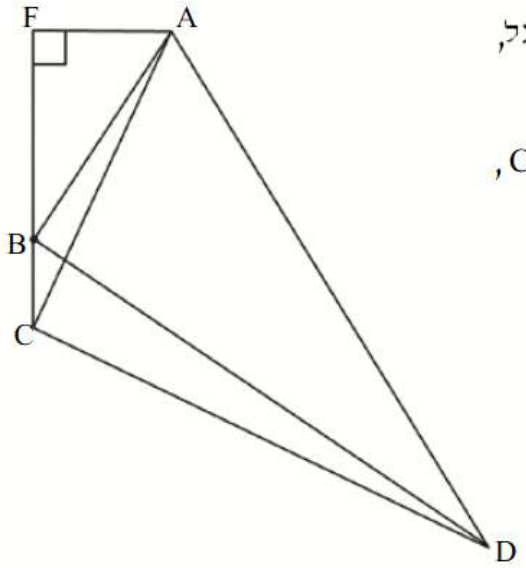
(2) הביעו באמצעות m, אם יש צורך, את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) לפניכם שתי טענות, I – II. קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או אינה נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ חיוביות לכל ערך של x.

II. לכל ערך של m בתחום $0<m<2$ מתקיים שהישר $y=m+\frac{1}{2}$ חותך כל אחת מן הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בשלוש נקודות.

ד. המרובע ABCD הוא בר חסימה במעגל,
כך ש-AD הוא קוטר במעגל.
הנקודה F נמצאת על המשך הצלע CB,
כך ש- $FA \perp FB$, כמתואר בסרטוט.



(1) הוכיחו: $\Delta ACD \sim \Delta AFB$.

נתון: $\sphericalangle BDA = 24°$.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשולש ACD ובין שטח המשולש AFB.