עיריית רמת-גן
אגף החינוך
בית הספר התיכון העירוני "אהל-שם"
יד לישראל ארצי

עבודת קיץ במתמטיקה לעולים לכיתה יא' – 4 יח"ל

בוגרי כיתות י', ברכותינו לרגל סיום שנת הלימודים תשפ"ו.

רכשתם ידע רב במשך שנת לימודים זו במתמטיקה. בשנת הלימודים הבאה תבחנו בשאלון הראשון של בחינת הבגרות, וכדי לעשות זאת בהצלחה, עלינו לשמור על ידע זה ולהמשיך לתרגל גם במהלך חופשת הקיץ. עבודת הקיץ מסכמת את הנלמד השנה. הכנת העבודה תאפשר לכם כניסה חלקה ללימודי המתמטיקה בכיתה י"א ברמת 4 יחידות, ותכין אתכם באופן מיטבי לתחילת שנת הלימודים . אנו ממליצים לתכנן את הזמן שתקדישו לפתרון העבודה במהלך חופשת הקיץ, כך שתוכלו לנצל את החופשה גם למנוחה ובילויים וגם להכנה טובה ללימודים בכיתה יא'. (אנו ממליצים לפתור את העבודה לאורך החופשה, ולא לרכז את המאמץ לשבוע או לשבועיים בתחילת או בסוף הקיץ).

נושאי העבודה:

הנדסה אנליטית: נקודות, קטעים, ישרים מקבילים ומאונכים

גיאומטריה: כל החומר שנלמד כולל קטע אמצעים במשולש ובטרפז, דמיון משולשים כולל יחס שטחים.

טריגונומטריה במישור: טריגונומטריה במישור במשולש ישר זווית, שטח משולש.

שילוב גיאומטריה ואנליטית, שלוב טריגונומטריה ואנליטית ושילוב של גיאומטריה עם טריגונומטריה

חשבון דיפרנציאלי: חקירת פונקציית פולינום, פונקציה זוגית ואי-זוגית, חקירה של פונקציה מורכבת, חקירת פונקציית שורש, כולל הזזות, קשר בין גרף הפונקציה לבין גרף הנגזרת, בכל אחת משאלות החקירה יופיעו סעיפי חשיבה.

סטטיסטיקה: משתנה והצגת נתונים, מדדי מרכז ומדדי פיזור: ממוצע, שכיח, חציון וסטיית תקן.

הנחיות לביצוע העבודה:

1. עבודה זו הינה חובה על כל תלמיד !
2. העבודה תוגש באופן מסודר בתחילת שנת הלימודים למורה המלמד במקבץ אליו תשובצו.
3. יש להגיש בקלסר רך את התשובות, לפי חלוקת הפרקים ולפי סדר הופעתם בעבודה. עמוד ראשון של העבודה יכלול שער בו כתובים שמכם וכיתת האם. לא ניתן להגיש את העבודה במחברת או קלסר קשיח.
4. בתחילת שנת הלימודים תתקיים בחינה הכוללת שאלות מתוך עבודה זו או שאלות דומות לשאלות בה.

אנו מאחלים לכם למידה פורייה לצד חופשה נעימה.

תלמיד אשר בכוונתו לגשת לבחינת השדרוג מתבקש להירשם עד לתאריך 2.9.26 בשעה 16:00 באמצעות הקישור הבא:

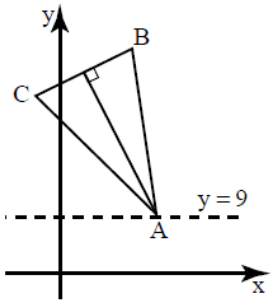
https://forms.gle/2X5xMLP7th6zAhgz7

ללא רישום, כאמור, לא יתאפשר לגשת לבחינת המעבר.

צוות מורי מתמטיקה,
תיכון אהל שם, רמת גן.

הנדסה אנליטית - (כל התרגילים לקוחים מעבודת הקיץ של הוצאת יואל גבע)

1. במשולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$ נתון: $B(3;16)$, $C(-1;14)$.



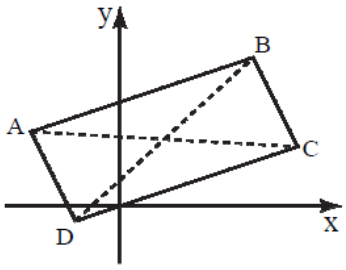
א. מצאו את משוואת הגובה לבסיס BC .

ב. מצאו את שיעורי הקדקוד A , אם הוא נמצא על הישר $y = 9$.

ג. קבעו האם הטענה הבאה נכונה: במשולש שווה שוקיים
הגובה לשוק בהכרח מתלכד עם התיכון לשוק.

ד. (1) מצאו את משוואת הגובה לשוק AC .
(2) מצאו את משוואת התיכון לשוק AC .
(3) קבעו על סמך תשובותיכם האם הגובה לשוק
במשולש שווה שוקיים בהכרח מתלכד עם התיכון לשוק.

2. במרובע $ABCD$ נתון: $AB = DC$, $AD = BC$.

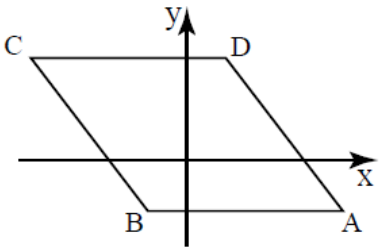


א. איזה מרובע הוא $ABCD$? נמקו.

ב. משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{3}x + 7$,
ומשוואת הצלע AD היא $y = -2x - 7$.
אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה $(3;4.5)$.
מצאו את שיעורי הקדקודים A ו- C .

ג. מצאו את שיעורי הקדקודים B ו- D .

3. במעוין $ABCD$, משוואת הצלע DC היא $y = 8$
ומשוואת האלכסון BD היא $y = 2x + 2$.
אלכסוני המעוין נחתכים על ציר ה- y .



א. הוסיפו לציור את אלכסוני המעוין.

ב. מצאו את משוואת האלכסון AC .

ג. מצאו את קדקודי המעוין.

תשובות:

1. א. $y = -2x + 17$. ב. $(4;9)$. ג. לא נכונה. ד. **(1)** $y = x + 13$. **(2)** $y = 3x + 7$. **(3)** לא מתלכד.

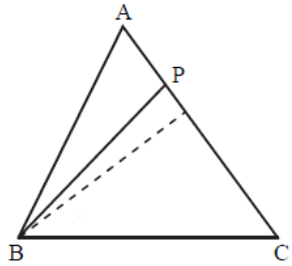
2. א. מקבילית. ב. $A(-6;5)$, $C(12;4)$. ג. $B(9;10)$, $D(-3;-1)$.

3. ב. $y = -\frac{1}{2}x + 2$. ג. $A(12;-4)$, $B(-3;-4)$, $C(-12;8)$, $D(12;4)$.

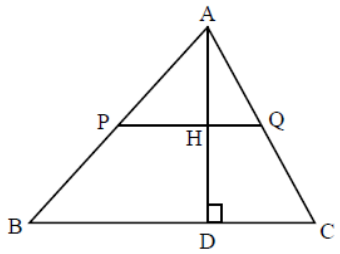
גיאומטריה

שאלה 4:

במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AC .
נתון: $CP = 6$ ס"מ , $AP = 3$ ס"מ .
$S_{\Delta CBP} = 24$ סמ"ר .
חשבו את שטח המשולש ABC .

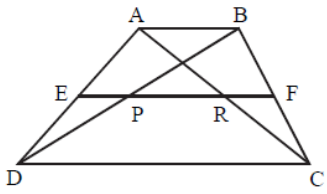


שאלה 5 :



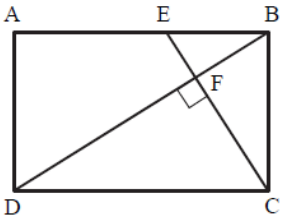
PQ הוא קטע אמצעים במשולש ABC . AD הוא גובה לצלע BC .
הקטעים AD ו- PQ נחתכים בנקודה H .
א. הוכיחו : $AH = HD$. ראו הדרכה בתשובות.
ב. הסבירו מדוע AH הוא גובה במשולש APQ .
ג. הוכיחו : שטח המשולש ABC
גדול פי 4 משטח המשולש APQ .

שאלה 6 :



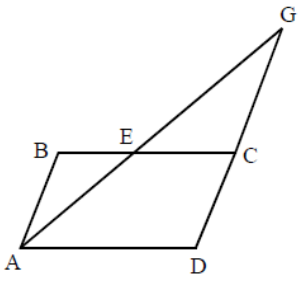
EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD , החותך את האלכסונים
AC ו- BD בנקודות R ו- P בהתאמה.
א. הסבירו מדוע $EP = \frac{1}{2}AB$.
ב. הוכיחו : $EP = RF$.
ג. הוכיחו : $PR = \frac{DC - AB}{2}$.

שאלה 7 :



במלבן ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AB .
נתון : $CE \perp DB$. F היא נקודת הפגישה של DB עם CE .
א. הוכיחו : $\Delta DCB \sim \Delta CBE$.
ב. הוכיחו בעזרת סעיף א' : $BC^2 = DC \cdot BE$.
ג. נתון : 9 מ"מ $= BE$, 12 מ"מ $= BC$.
חשבו את אורך האלכסון DB .

שאלה 8 :



במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע BC ,
כך ש- $\frac{BE}{CE} = \frac{2}{3}$. שטח המשולש GEC הוא 18 סמ"ר.
א. הוכיחו : $\Delta AEB \sim \Delta GEC$.
ב. חשבו את שטח המשולש AEB .
ג. הוכיחו : $\Delta GAD \sim \Delta GEC$.
ד. חשבו את שטח המשולש GAD .
ה. חשבו את שטח המקבילית ABCD .

תשובות :

4. 36 סמ"ר.
5. א. הדרכה : התבוננו במשולש BOC .
ג. הדרכה : סמנו $AH = x$, $PQ = y$, והביעו את שטחי המשולשים ABC ו- APQ על ידי x ו- y .
7. ג. 20 מ"מ.
8. ב. 8 סמ"ר. ד. 50 סמ"ר. ה. 40 סמ"ר.

שאלות המשלבות הנדסה אנליטית עם גיאומטריה

שאלה 9 :

במשולש ABC נתון : $A(1;4)\ ,\ B(5;1)\ ,\ C(11;9)$.

א. הוכיחו שהמשולש הוא ישר זווית.

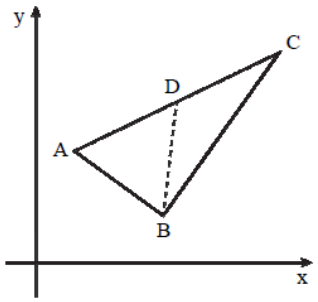
ב. הנקודה D נמצאת על הצלע AC ,

כך שמתקיים : $AD = BD$.

הוכיחו : $AD = DC$. הדרכה : סמנו $\sphericalangle A = \alpha$.

ג. הסבירו מדוע : $S_{\Delta ABD} = S_{\Delta CBD}$.

אין צורך לחשב את השטחים.



שאלה 10 :

במרובע ABCD נתון : $A(2;5)\ ,\ B(-4;3)\ ,\ C(-3;0)\ ,\ D(3;2)$.

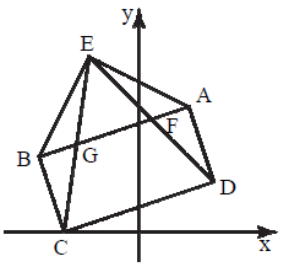
א. הראו שהמרובע ABCD הוא מלבן.

ב. הנקודה $E(-2;7)$ נמצאת מחוץ למלבן.

הראו ש- $AE = BE$.

ג. הוכיחו : $\Delta ADE \cong \Delta BCE$.

ד. הוכיחו : $\sphericalangle AEG = \sphericalangle BEF$.



שאלה 11 :

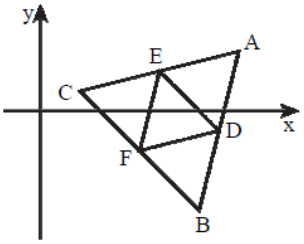
D , E ו- F הן נקודות האמצע של צלעות

משולש ABC , ראו ציור.

נתון : $D(9;-1)$, $E(6;2)$ ו- $F(5;-2)$.

א. מצאו את משוואות צלעותיו של המשולש ABC .

ב. מצאו את שיעורי הקדקודים A , B ו- C .



תשובות :

10. א. הדרכה : הראו על ידי חישובי שיפועים, שצלעות סמוכות במרובע מאונכות זו לזו.

11. א. $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\ ,\ y = -x + 3\ ,\ y = 4x - 37$. ב. $B(8;-5)\ ,\ A(10;3)\ ,\ C(2;1)$.

טריגונומטריה במישור

שאלה 12 :

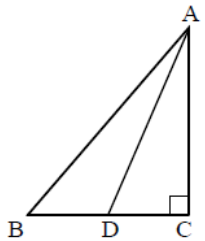
AD הוא התיכון לניצב BC

במשולש ישר-זווית ABC $(\sphericalangle C = 90^\circ)$.

נתון : 6 ס"מ $AC = \ ,\ \sphericalangle ADC = 64^\circ$.

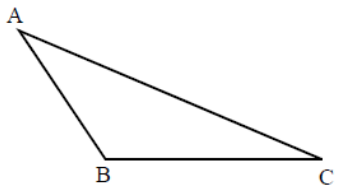
א. חשבו את אורך הצלע BC .

ב. חשבו את גודל הזווית ABC .



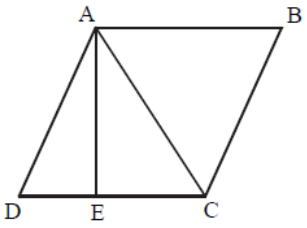
שאלה 13 :

במשולש ABC הצלע AC ארוכה פי 3 מהצלע AB .
נתון : $\sphericalangle BAC = 45^\circ$.
שטח המשולש הוא $27\sqrt{2}$.
מצאו את אורכי הצלעות AB ו- AC .



שאלה 14 :

נתון מעוין ABCD .
גובה המעוין, AE , שווה ל- 12 ס"מ.
אלכסון המעוין, AC ,
יוצר זווית בת 35° עם הגובה AE .
א. חשבו את הזווית ACD ואת הזווית DAE .
ב. חשבו את אורך הצלע של המעוין.
ב. חשבו את שטח המעוין ABCD .



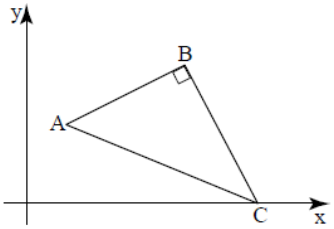
תשובות :

12. א. 5.853 ס"מ. ב. 45.71° .
13. ס"מ, 18 ס"מ.
14. א. $\sphericalangle ACD = 55^\circ$, $\sphericalangle DAE = 20^\circ$. ב. 12.77 ס"מ. ג. 153.24 סמ"ר.

שאלות המשלבות הנדסה אנליטית עם טריגונומטריה

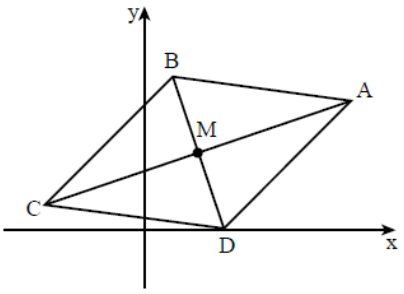
שאלה 15 :

המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$) .
נתון : A(4;8) , B(16;14) , והקדקוד C נמצא על ציר ה- x .
א. מצאו את משוואת הניצב BC
ואת שיעורי הקדקוד C .
ב. מהם אורכי הצלעות BC ו- AC ?
ג. חשבו את זוויותיו החדות של המשולש ABC .



שאלה 16 :

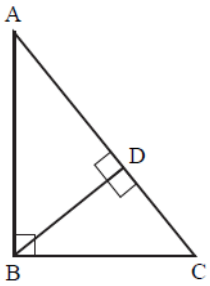
לפניכם מעוין ABCD .
אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M .
נתון : A(8;5) , C(−4;1) .
א. מצאו את משוואת האלכסון BD .
ב. נתון שהנקודה D נמצאת על ציר ה- x .
מצא את שיעורי הנקודות D ו- B .
ג. חשבו את זוויותיו של המעוין.



תשובות : 15. א. $y = -2x + 46$, C(23;0) . ב. $7\sqrt{5} = 15.65$, $5\sqrt{17} = 20.62$. ג. 40.63° , 49.37° .
16. א. $y = -3x + 9$. ב. D(3;0) , B(1;6) . ג. 53.13° , 126.87° , 53.13° , 126.87° .

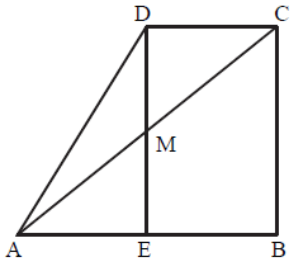
שאלות המשלבות גאומטריה עם טריגונומטריה

<u>שאלה 17 :</u>



המשולש ABC הוא ישר-זווית $(\sphericalangle ABC = 90^\circ)$.
BD הוא הגובה ליתר AC.
א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta ADB$.
ב. הוכיחו: $AB^2 = AD \cdot AC$.
ג. נתון: $AD:DC = 16:9$.
חשבו את הזווית A.
הדרכה: סמנו $AD = 16x$.

<u>שאלה 18 :</u>



ABCD הוא טרפז ישר זווית $(\sphericalangle B = 90^\circ)$. האלכסון AC חותך את גובה הטרפז DE בנקודה M.
נתון: $DM = ME$.
א. הוכיחו: $\Delta CDM \cong \Delta AEM$.
ב. הוכיחו: המרובע DCBE הוא מלבן.
ג. הוכיחו: $AE = BE$.
ד. נתון: $BE = 4$, $\sphericalangle BAC = 40^\circ$.
(1) חשבו את גובה הטרפז. (2) חשבו את אורך השוק AD.

<u>תשובות :</u>

17. ג. 36.87°. 18. ד. (1) 6.713 ס"מ. (2) 7.814 ס"מ.

חשבון דיפרנציאלי

עבור כל אחת מהפונקציות הבאות:
א. מצאו את תחום ההגדרה. ב. גזרו את הפונקציה.

(1) $y = (x+2)^2$
(2) $y = 3x(x-1)^2$
(3) $y = (2x+7)^8$
(4) $y = 3x^3(3x-1)$
(5) $f(x) = 4\sqrt{x} + 4x + 3$
(6) $f(x) = x^2 - 2\sqrt{x}$
(7) $f(x) = \sqrt{10-3x}$
(8) $f(x) = \sqrt{2x^2+7x}$
(9) $f(x) = 3x^2 - 8\sqrt{x}$
(10) $f(x) = x^2\sqrt{1-2x}$

תשובות:

(1) א. כל x ב. $y'=2x+4$

(2) א. כל x ב. $y'=9x^2-12x+3$

(3) א. כל x ב. $y'=16(2x+7)^7$

(4) א. כל x ב. $y'=36x^3-9x^2$

(5) א. $x\geq 0$ ב. $y'=\frac{2}{\sqrt{x}}+4$

(6) א. $x\geq 0$ ב. $y'=2x-\frac{1}{\sqrt{x}}$

(7) א. $x\leq 3\frac{1}{3}$ ב. $y'=\frac{-3}{2\sqrt{10-3x}}$

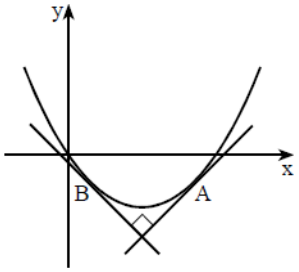
(8) א. $x\geq 0$, $x\leq -3.5$ ב. $y'=\frac{4x+7}{2\sqrt{2x^2+7x}}$

(9) א. $x\geq 0$ ב. $y'=6x-\frac{4}{\sqrt{x}}$

(10) א. $x\leq \frac{1}{2}$ ב. $y'=2x\sqrt{1-2x}-x^2\frac{1}{\sqrt{1-2x}}$

חשבון דיפרנציאלי – פולינומים

<u>שאלה 1:</u>

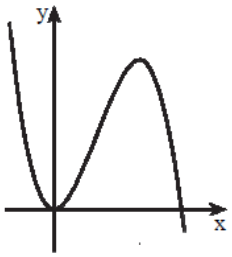


נתונה הפונקציה $f(x)=x^2-5x$.
ישר משיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה $x=3$.
א. מצאו את שיפוע הישר המשיק
לגרף הפונקציה בנקודה A.
ב. המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B מאונך למשיק
בנקודה A (ראו ציור). מצאו את שיעורי הנקודה B.

<u>שאלה 2:</u>

נתונה הפונקציה $f(x)=x^4-18x^2+32$.
א. הוכיחו שהפונקציה היא **פונקציה זוגית.**
ב. מצאו: **(1)** נקודות קיצון. **(2)** תחומי עלייה וירידה. **(3)** נקודות חיתוך על הצירים.
ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ד. מהם תחומי החיוביות של הפונקציה $f(x)$?
ה. היעזרו בסעיפים קודמים, ופתרו את אי השוויון $x^4-18x^2+32<0$.

<u>שאלה 3:</u>



לפניכם גרף הפונקציה $f(x)=-x^3+9x^2$.
א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון
של הפונקציה וקבעו את סוגן.
ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ג. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה.
ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x)=-2$?
הדרכה: היעזרו בגרף הפונקציה.
ה. מצאו לאילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ יורדת וחיובית.

שאלה 4 :

נתונה הפונקציה $f(x)=-x^3+8x^2-16x$.

א. מצאו : **(1)** תחום הגדרה. **(2)** נקודות קיצון.
(3) תחומי עלייה וירידה. **(4)** נקודות חיתוך עם הצירים.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x+3)$.
(1) בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה $f(x)$, כדי לקבל את הגרף של $g(x)$?
(2) מהן שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$?
(3) שרטטו (ללא חישובים נוספים) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. **(1)** לאילו ערכים של k , יש למשוואה $f(x)=k$ שני פתרונות?
(2) לאילו ערכים של k , יש למשוואה $g(x)=k$ שני פתרונות?

שאלה 5 :

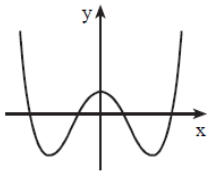
נתונה הפונקציה $f(x)=x^4-\frac{2x^3}{3}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ב. מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
ו. לאילו ערכי x מתקיים $f(x)<0$ וגם $f'(x)>0$?
ז. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x)=-f(x)$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
הדרכה : הגרף של $-f(x)$ סימטרי לגרף של $f(x)$ לעומת ציר ה- x .
ח. הפונקציה $h(x)$ מקיימת $h(x)=f(-x)$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$.
הדרכה : הגרף של $f(-x)$ סימטרי לגרף של $f(x)$ לעומת ציר ה- y .

תשובות :

1. א. 1 ב. $(2;-6)$.

2. ב. **(1)** $(3;-49)$ מינימום, $(0;32)$ מקסימום, $(-3;-49)$ מינימום.
(2) עלייה : $x>3$ או $0<x<3$. ירידה : $-3<x<0$ או $x<-3$.
(3) $(0;32)$, $(4;0)$, $(-4;0)$, $(\sqrt{2};0)$, $(-\sqrt{2};0)$.
ד. $x>4$ או $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$ או $x<-4$.
ה. $\sqrt{2}<x<4$ או $-4<x<-\sqrt{2}$.

ג.


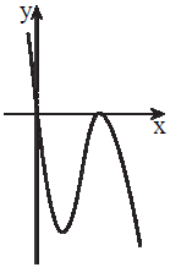
3. א. $(0;0)$ מינימום, $(6;108)$ מקסימום. ב. עלייה : $0<x<6$, ירידה : $x>6$ או $x<0$.
ג. $(0;0)$, $(9;0)$. ד. פתרון אחד. ה. $6<x<9$ או $x<0$.

4.

א. **(1)** כל x . **(2)** מינימום, $(1\frac{1}{3};-9\frac{13}{27})$ מקסימום $(4;0)$.

(3) עלייה: $1\frac{1}{3}<x<4$, ירידה: $x>4$ או $x<1\frac{1}{3}$. **(4)** $(0;0)$, $(4;0)$.

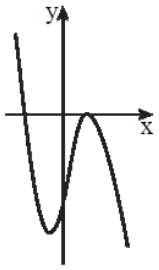
ב.



ג. **(1)** 3 יחידות שמאלה.

(2) מינימום, $(-1\frac{2}{3};-9\frac{13}{27})$ מקסימום, $(1;0)$.

(3)



ד. **(1)** $k=0$, $k=-9\frac{13}{27}$. **(2)** $k=0$, $k=-9\frac{13}{27}$.

.

5.

א. כל x.

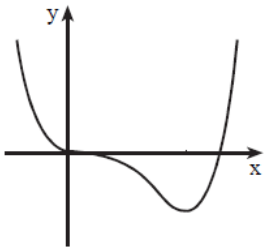
ב. מינימום $(0.5;-0.021)$.

ג. עלייה: $x>0.5$, ירידה: $x<0.5$.

ד. $(0;0)$, $\left(\frac{2}{3};0\right)$. ו. $0.5<x<\frac{2}{3}$.

ז. מקסימום $(0.5;0.021)$. ח. מינימום $(-0.5;-0.021)$.

ה.



חשבון דיפרנציאלי – פונקציה מורכבת

<u>שאלה 6:</u>

נתונה הפונקציה $y=(x+2)^4$.

א. מצאו את הנגזרת של הפונקציה.

ב. לגרף הפונקציה מעבירים משיק בנקודה $(-1;1)$ שעל הגרף.

(1) חשבו את שיפוע המשיק. **(2)** מצאו את משוואת המשיק.

ג. חשבו את הזווית החדה שיוצר המשיק עם ציר ה- x.

<u>שאלה 7:</u>

נתונה פונקציה $f(x)=(x^2-1)^2$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. הוכיחו שהפונקציה היא **פונקציה זוגית**.

ג. מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ה. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ו. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ז. הסבר מדוע הפונקציה היא אי שלילית לכל x.

ח. **(1)** מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x)=f(x)-6$.

(2) כמה נקודות אפס יש לפונקציה $g(x)$?

שאלה 8 :

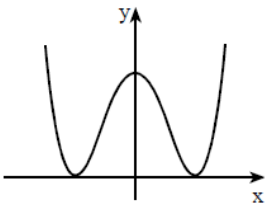
גזרו את הפונקציה $y = 2x^2(x+2)^4$.

הדרכה: בשלב ראשון גזרו אחד מגורמי המכפלה. בשלב השני יש להשתמש בנגזרת של מכפלת שתי פונקציות. הוציאו גורם משותף מקסימלי. השאירו את התשובה כמכפלה.

תשובות :

6. א. $y' = 4(x+2)^3$. ב. **(1)** 4 . **(2)** $y = 4x + 5$. ג. 75.96° .

ו.



א. כל x .

ג. $(0;1)$ מקסימום, $(1;0)$ מינימום, $(-1;0)$ מינימום.

ד. עלייה : $x > 1$ או $-1 < x < 0$ ירידה : $0 < x < 1$ או $x < -1$.

ה. $(0;1)$, $(1;0)$, $(-1;0)$.

ח. **(1)** $(0;-5)$ מקסימום, $(1;-6)$ מינימום, $(-1;-6)$ מינימום.

7. **(2)** שתי נקודות.

8. $4x(x+2)^3(3x+2)$.

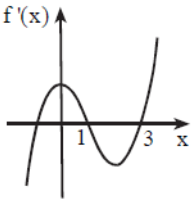
הקשר בין גרף הפונקציה לבין גרף הנגזרת שלה

שאלה 9 :

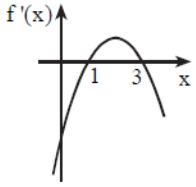
לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון בלבד – נקודת מקסימום ב- $x = 1$ ונקודת מינימום ב- $x = 3$.
נתון שהנגזרת $f'(x)$ מתאפסת פעמיים בלבד.

א. עבור אילו ערכי x מתקיים : **(1)** $f'(x) = 0$. **(2)** $f'(x) > 0$. **(3)** $f'(x) < 0$.

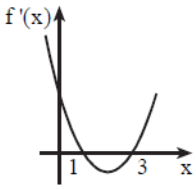
ב. איזה מן הגרפים הבאים (1 , 2 , 3 , 4) יכול לתאר את הגרף של $f'(x)$, הנגזרת של $f(x)$?



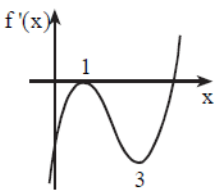
גרף 1



גרף 2



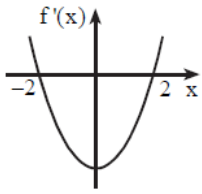
גרף 3



גרף 4

שאלה 10 :

בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.



א. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של $f'(x)$.

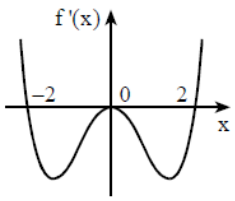
ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון
של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.

ד. נתון גם : $f(0) = 0$.
שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

שאלה 11 :

בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.



א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.

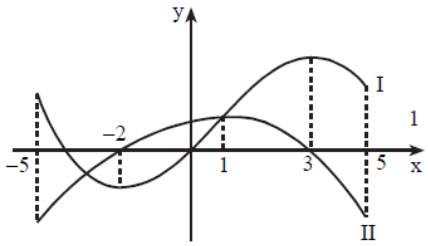
ב. נתון: $f(0)=0$.
שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. לגרף הפונקציה $f(x)$ העבירו משיקים המקבילים לציר ה- x.
מהם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה?

ד. נתון גם כי משוואת הפונקציה $f(x)$ היא $f(x)=3x^5-20x^3$.
מצאו את משוואות המשיקים שבסעיף ג'.

שאלה 12 :

בציור שלפניך מתוארים, הגרפים I ו- II בתחום $-5\le x\le 5$.
אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$,
והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

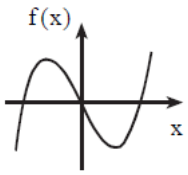


א. איזה מהגרפים הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$?

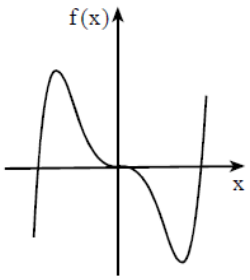
ב. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון
של הפונקציה $f(x)$ (כולל נקודות קצות התחום),
וקבעו את סוג הקיצון.

תשובות :

9. א. **(1)** $x=1$, $x=3$. **(2)** $x>3$ או $x<1$. **(3)** $1<x<3$. ב. גרף 3. ד.



10. א. חיוביות: $x>2$ או $x<-2$,
שליליות: $-2<x<2$.
ב. עלייה: $x>2$ או $x<-2$,
ירידה: $-2<x<2$.
ג. $x=-2$ מקסימום, $x=2$ מינימום. ב.

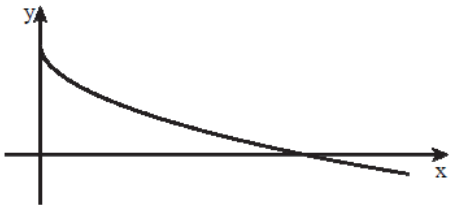


11. א. גרף I הוא של $f(x)$.
הסבר אפשרי: כאשר גרף I עולה, אז גרף II הוא חיובי, וכאשר גרף I יורד,
אז גרף II הוא שלילי.

12. ב. $x=5$ מינימום, $x=3$ מקסימום, $x=-2$ מינימום, $x=-5$ מקסימום.

פונקציות עם שורשים ריבועיים

<u>שאלה 13 :</u>



לפניכם גרף הפונקציה $f(x)=-\sqrt{x}+3$.

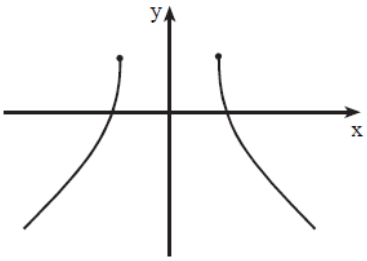
א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את נקודות המפגש של גרף הפונקציה עם הצירים.

ג. כתבו את תחומי החיוביות של הפונקציה.

ד. כתבו את תחומי השליליות של הפונקציה.

<u>שאלה 14 :</u>



לפניכם גרף הפונקציה $f(x)=-\sqrt{x^2-25}+3$.

תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x\ge 5$ או $x\le -5$.

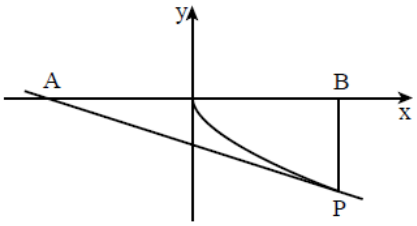
הערה: גרף הפונקציה כולל את שני הענפים שבשרטוט.

א. הראו שהפונקציה היא פונקציה זוגית.

ב. מצאו את שיעורי נקודות קצה תחום ההגדרה של הפונקציה,
וקבעו עבור כל נקודה אם היא מינימום או מקסימום.

ג. נתון הישר $y=k$, k הוא מספר. מצאו את הערכים של k ,
שעבורם יש לגרף הפונקציה ולישר $y=k$ שתי נקודות משותפות.

<u>שאלה 15 :</u>



מעבירים ישר המשיק לפונקציה $y=-\sqrt{4x}$ בנקודה P ושיפועו $-\frac{1}{3}$.

א. מצאו את שיעורי נקודת ההשקה.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

ג. המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ב'
חותך את ציר ה- x בנקודה A . האנך מנקודה P
לציר ה- x חותך את ציר ה- x בנקודה B .
חשבו את שטח המשולש ABP .

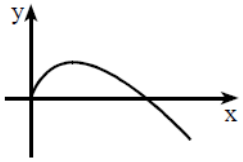
<u>שאלה 16 :</u>

נתונה הפונקציה $y=(x-2)\sqrt{x}$.

א. מצאו את הנגזרת של הפונקציה. יש להשתמש בנוסחה לנגזרת של מכפלת שתי פונקציות.

ב. מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה על הגרף שבה $x=4$.

<u>שאלה 17 :</u>



לפניכם גרף הפונקציה $f(x)=2\sqrt{x}-x$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(3) מצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.

ב. כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

ג. הסבירו מדוע בתחום $x\ge 0$ מתקיים אי השוויון $2\sqrt{x}-x\le 1$.

ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x)=-f(x)$.

ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$, המקיימת $h(x)=f(x+1)$.

שאלה 18 :

נתונה הפונקציה $f(x)=x\sqrt{4x}-6x$.

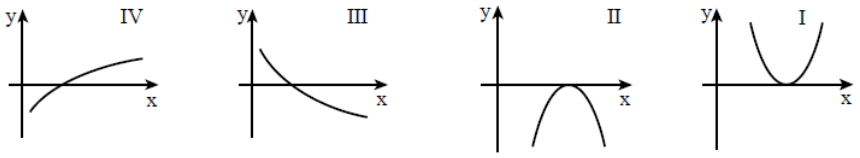
א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(3) מצאו את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. איזה גרף מביו הגרפים I , II , III , IV , עשוי לתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $1\le x\le 10$? נמקו.



תשובות :

13. א. $x\ge 0$. ב. $(0;3)$, $(9;0)$. ג. $0\le x<9$. ד. $x>9$.

14. ב. $(5;3)$ מקסימום, $(-5;3)$ מקסימום. ג. $k\le 3$.

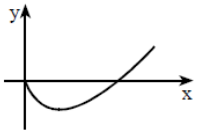
15. א. $P(9;-6)$. ב. $y=-\frac{1}{3}x-3$. ג. 54 .

16. א. $\frac{3x-2}{2\sqrt{x}}$. ב. $y=2\frac{1}{2}x-6$.

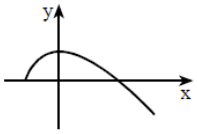
17. א. **(1)** $x\ge 0$. **(2)** $(4;0)$, $(0;0)$. **(3)** $(1;1)$ מקסימום, $(0;0)$ מינימום.

ב. חיוביות : $0<x<4$, שליליות : $x>4$.

ד.



ה.



18. א. **(1)** $x\ge 0$. **(2)** $(0;0)$, $(9;0)$.

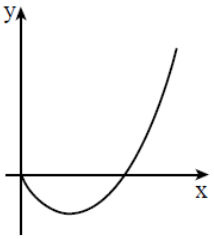
(3) $(0;0)$ מקסימום, $(4;-8)$ מינימום.

ג. IV . הסבר : ל- $f(x)$ נקודת מינימום פנימית עבור $x=4$,

לכן גרף הנגזרת $f'(x)$ עובר ב- $x=4$ משלילות לחיוביות.

ומבין הגרפים הנתונים, הגרף המתאים הוא גרף IV .

ב.



סטטיסטיקה

<u>שאלה 1</u>:

לפניכם רשימה של ציונים שהתקבלו בכיתה מסוימת.

9, 9, 4, 7, 9, 4, 7, 9, 4, 9, 7, 7, 7, 4.

א. סדרו את הנתונים בטבלת שכיחויות.

ב. שרטטו דיאגרמת עמודות של התפלגות הציונים.

ג. מהי השכיחות היחסית של התלמידים שקיבלו את הציון 4 או 9?

ד. ורד טוענת ש"ככל שהציון גבוה יותר, שכיחותו גבוהה יותר".

האם היא צודקת? **האם קל יותר לראות מגמה כזו בדיאגרמה או בטבלה?**

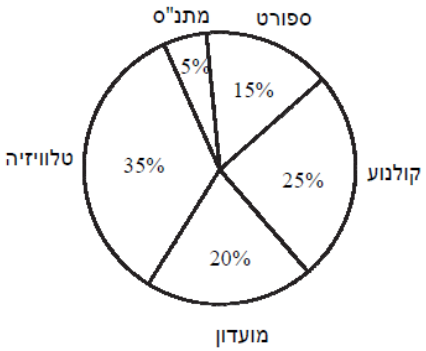
ה. התווספו לרשימה שני ציונים: 7 ו- 9.

(1) קבעו האם השכיחות היחסית של הציון 9 גדלה, קטנה או לא השתנתה.

(2) קבעו האם השכיחות היחסית של הציון 4 גדלה, קטנה או לא השתנתה.

<u>שאלה 2</u>:

בסקר שנערך בקרב בני נוער ביישוב צפיר נבדק סוג הבילוי המועדף עליהם, והתקבלה ההתפלגות המתוארת בדיאגרמת העיגול שלפניכם:



א. מהו הבילוי הנפוץ בקרב בני הנוער?

ב. האם מספר בני הנוער המעדיפים קולנוע גדול יותר בוודאות מאלה המעדיפים ספורט?

ג. 80 מבני הנוער שהשתתפו בסקר העדיפו לבלות במועדון. כמה בני נוער השתתפו בסקר?

ד. כמה בני נוער מעדיפים לבלות בצפייה בטלוויזיה?

בני הנוער שהעדיפו לצפות בטלוויזיה נשאלו גם לגבי תוכן הצפייה המועדף עליהם, והתקבלה ההתפלגות המתוארת בדיאגרמת העיגול שלפניכם:

ה. כמה בני נוער מעדיפים תכניות ריאליטי?

ו. איזה אחוז מהווים בני הנוער המעדיפים תכניות ריאליטי מתוך כל בני הנוער שהשתתפו בסקר?

ז. בכמה גדול מספר בני הנוער המעדיפים סרטים ממספר בני הנוער המעדיפים לצפות בחדשות?

<u>שאלה 3</u>:

נתונה רשימה של מספר ימי ההיעדרות מהעבודה (במהלך שנה) של שישה עובדים בחברת שמירה: 12, 12, 12, 12, 12, 3.

א. חשבו את הממוצע ואת החציון של מספר ימי ההיעדרות של העובדים.

ב. יואב טוען שהחציון מייצג טוב יותר מהממוצע את ימי ההיעדרות. נסו לנמק בעד דעתו.

ג. עידו טוען שהממוצע מייצג טוב יותר מהחציון את ימי ההיעדרות. נסו לנמק בעד דעתו.

שאלה 4:

במפעל בדקו את המשכורת החודשית של העובדים. התפלגות המשכורות מתוארת בטבלה:

מספר העובדים	10	14	20	10	6
המשכורת החודשית (בשקלים)	6,000	7,000	8,000	9,000	10,000

א. (1) העריכו ללא חישובים: האם המשכורת החודשית הממוצעת גבוהה מ- 8,000 שקלים או נמוכה מ- 8,000 שקלים? נמקו.

(2) נסו לאמוד בין אילו שתי משכורות בטבלה נמצאת המשכורת החודשית הממוצעת.

ב. חשבו את המשכורת החודשית הממוצעת של עובדי המפעל.

ג. מצאו את המשכורת החודשית הממוצעת של עובדי המפעל שמשכורתם החודשית גבוהה מהמשכורת הממוצעת.

ד. במפעל אחר, המשכורת החודשית של כל אחד מהעובדים היא 7,000 שקלים. קבעו מהי המשכורת הממוצעת, <u>למרות</u> שלא ידוע מספר העובדים באותו מפעל.

שאלה 5:

מספר השירים ששרה מקהלת זמר בכל הופעה משתנה בהתאם לדרישה.
הטבלה שלפניכם מתארת את התפלגות מספר השירים ששרה המקהלה במשך השנה:

מספר השירים	5	6	7	8	9
מספר ההופעות	4	7	10	6	12

א. חשבו את חציון מספר השירים ששרה המקהלה במשך השנה.

ב. מה יהיה החציון, אם נוסיף לנתונים המקוריים הופעה אחת שבה המקהלה שרה 8 שירים?

ג. מה יהיה החציון, אם נוסיף לנתונים המקוריים 3 הופעות שבהן המקהלה שרה 8 שירים?

ד. מה יהיה החציון, אם נוסיף לנתונים המקוריים 4 הופעות שבהן המקהלה שרה 8 שירים?

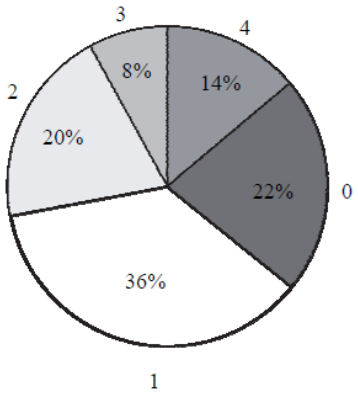
שאלה 6:

השכר הממוצע של הפועלים שעובדים במפעל הוא 7,200 שקלים. למפעל נוספו שלושה פועלים: אחד ששכרו 6,700 שקלים, שני ששכרו 7,400 שקלים ושלישי ששכרו 8,100 שקלים.

א. חשבו את ממוצע השכר של שלושת הפועלים שהתווספו.

ב. קבעו האם ממוצע השכר החדש גדול, קטן או שווה לממוצע השכר המקורי.

שאלה 7:



ביישוב אבוקה נערך סקר בקרב בני 30 ומעלה.
בסקר נשאלו התושבים על מספר הפעמים בשבוע בו הם עוסקים בפעילות גופנית, והתקבלה הדיאגרמה שלפניכם.

א. חשבו את מספר הפעמים הממוצע בשבוע, בו עוסקים התושבים בפעילות גופנית.

ב. מי לדעתכם משקף טוב יותר את הפעילות הגופנית ביישוב בקרב בני ה- 30 ומעלה, הממוצע או השכיח? נמקו.

ג. מהו מספר הפעמים החציוני בשבוע, בו עוסקים התושבים בפעילות גופנית.

ד. מועצת היישוב שמה לה למטרה להגביר את הפעילות הגופנית בקרב התושבים. כתוצאה מכך, מחצית מהתושבים שלא עסקו כלל בפעילות גופנית, החלו לעסוק בפעילות גופנית פעם בשבוע. מהו הממוצע החדש?

שאלה 8 :

נבדקו הציונים של חמישה תלמידים בשני מקצועות : ביולוגיה וכימיה.
להלן הציונים בביולוגיה : 89 , 89 , 90 , 91 , 91 , 91 .
להלן הציונים בכימיה : 80 , 80 , 80 , 90 , 100 , 100 , 100 .

א. מהו הציון הממוצע בכל אחד משני המקצועות?
ב. באיזה משני המקצועות <u>פיזור</u> הציונים גדול יותר להערכתכם? ענו ללא חישובים.
ג. חשבו את סטיית התקן של הציונים בכל מקצוע, ובדקו את תשובתכם לסעיף ג'.
ד. האם טווח הציונים משקף בצורה טובה את ההבדל בפיזור הנתונים בשני המקצועות?

שאלה 9 :

לפניכם התפלגות הציונים של קבוצת תלמידים שנבחנה במתמטיקה :

מספר התלמידים	5	7	10	18
הציון	70	80	90	100

א. חשבו את ממוצע הציונים.
ב. חשבו את סטיית התקן של הציונים.
ג. (1) מצאו את השכיח והחציון.
(2) מבין שלושת מדדי המרכז (ממוצע, חציון ושכיח), קבעו איזה מדד מייצג את התפלגות הציונים באופן <u>פחות</u> טוב.

שאלה 10 :

מורה חישב ומצא שממוצע הציונים של תלמידים הוא 60 , וסטיית התקן היא 1.8 .
בהמשך הוסיף המורה ציון של תלמיד נוסף, והתברר שהממוצע של **כל** התלמידים נשאר 60 .

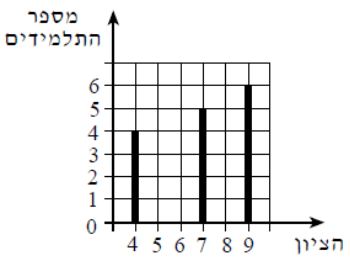
א. מהו הציון של התלמיד הנוסף? נמקו את תשובתכם.
ב. האם סטיית התקן לאחר הוספת הציון גדולה, קטנה או שווה לסטיית התקן לפני ההוספה? אין צורך בחישוב אלגברי.
ג. בחרו את התשובה הנכונה : אם נתונה קבוצת נתונים שסטיית התקן שלהם אינה אפס, ומוסיפים נתון שערכו שווה לממוצע, סטיית התקן גדלה/ קטנה / לא משתנה.
ד. (1) האם הטווח של הציונים גדל, קטן או לא השתנה בעקבות הוספת הציון?
(2) האם הטווח משקף לנו שפיזור הציונים השתנה בעקבות הצטרפות התלמיד?

תשובות :

א.

ציון	4	7	9
מספר תלמידים	4	5	6

ב.



ג. $\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$.

ד. ורד צודקת. קל לראות זאת בדיאגרמה.

ה. (1) השכיחות היחסית של הציון 9 גדלה.
(2) השכיחות היחסית של הציון 4 קטנה.

1.

2. א. טלוויזיה. ב. כן. ג. 400 . ד. 140 . ה. 42 . ו. 10.5% . ז. 49 .

א. הממוצע הוא 10.5, החציון הוא 12.

ב. כמעט כל המשתנים זהים בערכם לחציון שערכו 12, ולכן הוא מייצג טוב את המשתנים.

ג. הממוצע מתחשב בכל ערכי המשתנים, לכן הוא נמוך מ- 12, וזה נותן ייצוג גם לעובד שהיו לו 3 ימי היעדרות. החציון אינו מתחשב בעובד זה, ותלוי רק במשתנים האמצעיים.

3.

א. (1) נמוכה מ- 8,000 שקלים.

הסבר: מספר העובדים שמשכורתם נמוכה מהמשכורת הממוצעת, גדול ממספר העובדים שמשכורתם גבוהה מהמשכורת הממוצעת.

4. (2) בין 7,000 ל- 8,000 שקלים. ב. 7,800 שקלים. ג. 8,611.11 שקלים. ד. 7,000 שקלים.

5. א. 7 שירים. ב. 7 שירים. ג. 7.5 שירים. ד. 8 שירים.

6. א. 7,400 שקלים. ב. גדול מהממוצע המקורי.

7. א. 1.56 פעמים בשבוע. ב. הממוצע. ג. פעם אחת בשבוע. ד. 1.67 פעמים בשבוע.

8. א. ביולוגיה: 90, כימיה: 90. ב. בכימיה.

ג. $S_{\text{ביולוגיה}} = 0.9258$, $S_{\text{כימיה}} = 9.258$. סטיית התקן בכימיה אכן גדולה יותר. ד. כן.

9. א. 90.25. ב. 10.60. ג. (1) שכיח - 100, חציון - 90. (2) השכיח.

10. א. אם מוסיפים ציון שאינו משפיע על הממוצע, הרי הוא שווה לממוצע, כלומר שווה ל- 60.

ב. הציון הנוסף שווה לממוצע, לכן הוא מקטין את הפיזור, כלומר מקטין את סטיית התקן.

ג. קטנה. ד. (1) לא השתנה. (2) לא משקף.