עבודת קיץ במתמטיקה למסיימי כיתות ח' לקראת שנה"ל תשפ"ז

תלמידים יקרים, ברכות לרגל הצטרפותכם לתיכון "אהל-שם".

בכדי להקל על כניסתכם לתיכון, אנו מצרפים עבודת הכנה במקצוע

המתמטיקה. בעבודה שלושה פרקים:

1. טכניקה אלגברית
2. פונקציות
3. גיאומטריה

<u>הנחיות לביצוע העבודה</u>:

1. העבודה תוגש באופן מסודר **מיד בשבוע הראשון לתחילת שנת הלימודים**, לידי המורה המלמד בכיתה אליה תשובצו ללמוד.
2. יש להקפיד על העתקת שרטוטים בגיאומטריה ועל פתרון מסודר של התרגילים.

מיד בתחילת שנת הלימודים תתקיים בחינה הכוללת שאלות מתוך עבודה זו או שאלות דומות לשאלות מתוך עבודה זו. ציון המבחן יהווה 10% מהציון של מחצית א! הכנה ראויה של העבודה תסייע לכם במבחן תחילת השנה.

מבנה הבחינה:

1. טכניקה אלגברית
2. פונקציות
3. שאלה בגיאומטריה

אנו מאחלים לכם למידה פורייה לצד חופשה נעימה.

צוות מורי מתמטיקה,
תיכון אהל-שם, ר"ג

טכניקה אלגברית

1. משוואות ממעלה ראשונה עם נעלם אחד

פתור את המשוואות הבאות:

55) $-5+9-7=-2x-x$

56) $8-9x-3x=-13-3$

57) $-5+4x-8=10x-9$

58) $-8x+6=15+3x-9$

59) $32=16x-8-16-9x$

60) $2x=14x-9x+14+19$

61) $5x-7+2x=-2x+20$

62) $-6x-9+3x=4x+12$

63) $-19-8x=4x-5+2x$

64) $8x+9=4-5x-7x$

65) $18-4x+7=2x-5-x$

66) $6x-8+5x-7=4-x-10$

פתרונות

55) 1. 56) 2. 57) $-\frac{2}{3}$. 58) 0. 59) 8. 60) -11. 61) 3. 62) -3.
63) $-\frac{1}{4}$. 64) 6. 65) $\frac{3}{4}$. 66) $-1\frac{1}{2}$. 67) 0. 68) -2. 69) $\frac{5}{7}$. 70) 11. 71)

$2(2x-3)+3(2x+3)=23$ **(10)** $5=-3(2x+1)+2(4x+2)$ **(9)**

$5(2y+3)-3(y-2)=-14$ **(12)** $5(2x+3)+3(2x-2)=-15$ **(11)**

$2(x-3)-(x+5)\cdot 6=4$ **(14)** $3(x-1)-3-(x+5)=1$ **(13)**

$1-3(2-x)-(x+1)\cdot 6=-8$ **(16)** $5(c-4)-(c-1)\cdot(-3)=9$ **(15)**

$-19=3(3b-4)-2(4b+5)$ **(18)** $5(2x+3)+3(x+12)=64$ **(17)**

תשובות:

$x=6$ **(13)** $y=-5$ **(12)** $x=-\frac{3}{2}$ **(11)** $x=2$ **(10)** $x=2$ **(9)**

$b=3$ **(18)** $x=1$ **(17)** $x=-1$ **(16)** $c=4$ **(15)** $x=-10$ **(14)**

$-7-4(-3+4x)=9-12x$ **(25)** $5x-6(3x-5)=-4x+12$ **(24)**

$6x-(4x-5)=3x-4$ **(27)** $4c+(5+2c)\cdot 3=14c+3$ **(26)**

$3(4-y)=9(3y+8)$ **(29)** $7(x+1)=5(2x-1)$ **(28)**

$-6(3x-2)=(-x+4)\cdot 3$ **(31)** $-5(-x+3)=2(-x-4)$ **(30)**

תשובות:

$x=9$ **(27)** $c=3$ **(26)** $x=-1$ **(25)** $x=2$ **(24)**

$x=0$ **(31)** $x=1$ **(30)** $y=-2$ **(29)** $x=4$ **(28)**

41. $\frac{3x-2}{8}-\frac{2+3x}{6}+\frac{1}{3}=0$

42. $\frac{x-7}{6}+\frac{7x+15}{4}=x+\frac{9x+31}{12}$

43. $\frac{8x+3}{5}-\frac{11x-9}{6}+\frac{4x+3}{15}=\frac{11x+15}{10}$

44. $\frac{4(5x-2)}{3}-\frac{6(3x+2)}{7}=42-\frac{5(7x-4)}{4}$

45. $\frac{8(x+5)}{3}-15=\frac{7(x-2)}{4}-\frac{6(x+2)}{5}$

46. $\frac{3x-1}{5}-(2x-14)=\frac{x+5}{3}$

47. $5(\frac{x}{4}+\frac{x}{6})-3(\frac{x}{8}-\frac{x}{2})=77$

48. $\frac{2}{3}(x+1)-\frac{3}{7}(x+2)=1$

תשובות: 1. 7 2. -2.5 3. 6 4. 3 5. -5 6. 0 7. 5 8. $\frac{1}{4}$ 9. -4
10. 4 11. 0 12. -1.5 13. -1 14. 5 15. 3 16. -19 17. 10 18. 4
19. $\frac{1}{4}$ 20. $5\frac{4}{17}$ 21. 1 22. -4 23. 6 24. 6 25. כל x 26. כל x
27. אף x 28. אף x 29. 40 30. -8 31. 0 32. 12 33. 8 34. 72
35. 24 36. -10 37. 24 38. 10 39. 6 40. 6 41. -2 42. 0 43. $\frac{3}{4}$
44. 4 45. -2 46. 7 47. 24 48. 5

2. מערכת משוואות ממעלה ראשונה.

פתור את מערכות המשוואות הבאות:

13. $\frac{y}{4}=\frac{x-y}{2}$, $3y-x=12$

14. $2x-y=7$, $\frac{x}{2}=\frac{x-y}{3}$

15. $\frac{2x-3y}{2}=\frac{x}{3}$, $x=2y+1$

16. $\frac{y-5}{4}=\frac{3-x}{5}$, $3y-x=12$

17. $\frac{2x+y}{3}=\frac{y-1}{4}$, $2y-5x=15$

18. $\frac{4x+3y}{10}=\frac{2y+1}{5}$, $y=x+1$

תשובות: 13. $y=8, x=12$ 14. $y=-1.4, x=2.8$ 15. $y=4, x=9$
16. $y=5, x=3$ 17. $y=5, x=-1$ 18. $y=2, x=1$ 19. $y=5, x=5$

פתרו את מערכת המשוואות הבאות – שיטת ההצבה

א. $\begin{cases} 4x-5y=-17 \\ x=-3 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} 4x+2y=-12 \\ y-4x=6 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} -5x+7y=-26 \\ x+3y=-8 \end{cases}$

פתרו את מערכת המשוואות הבאות – השוואת מקדמים

א. $\begin{cases} x-4y=-19 \\ -x+3y=15 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} 3x+5y=15 \\ 3x+10y=20 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} 4(y-1)-y=-x-3 \\ x-9=-6(y+1)-x \end{cases}$

ד. $\begin{cases} 2(x-y)-(1+x)+4y=0 \\ 2-3(x-y)=7y-x \end{cases}$

ה

$\begin{cases} 5x+3y=60 \\ 3x-y=8 \end{cases}$

ו

$\begin{cases} 4x=3y-29 \\ 5y=9-13x \end{cases}$ (Ctrl)

פונקציות

הפונקציה הקווית - שיפוע ישר

2. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה A ושיפועו m.

א. $A(3;-2)\ ,\ m=1$.
ב. $A(-5;3)\ ,\ m=-2$.
ג. $A(2;10)\ ,\ m=5$.
ד. $A(2;4)\ ,\ m=\frac{1}{2}$.
ה. $A(-6;-19)\ ,\ m=-\frac{2}{3}$.
ו. $A(0;0)\ ,\ m=-1\frac{1}{3}$.
ז. $A(-5;-4)\ ,\ m=0$.
ח. $A(\frac{1}{3};\frac{1}{4})\ ,\ m=0$.

תשובה: א. $y=x-5$. ב. $y=-2x-7$. ג. $y=5x$. ד. $y=\frac{1}{2}x+3$.
ה. $y=-\frac{2}{3}x-23$. ו. $y=-1\frac{1}{3}x$. ז. $y=-4$. ח $y=\frac{1}{4}$.

3. א. רשום את משוואת הישר ששיפועו 2 והוא עובר דרך הנקודה (3;4).
ב. רק אחת מהנקודות (22;-12-), (0;2), (8;14) נמצאת על הישר שאת משוואתו מצאת בסעיף א'. מהי הנקודה?

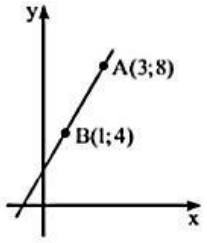
תשובה: א. $y=2x-2$. ב. (8;14).

4. א. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה (8;20) ושיפועו 5.
ב. הישר שמצאת בסעיף א' חותך את הישר $y=x$ בנקודה A.
מצא את שיעורי נקודה זו.

תשובה: א. $y=5x-20$. ב. (5;5).

מציאת משוואת ישר על פי שתי נקודות

1. בציור מתואר ישר העובר דרך הנקודות A(3;8) ו- B(1;4).
מצא את שיפועו של הישר.



תשובה: 2.

2. מצא בכל סעיף את שיפוע הישר העובר דרך שתי הנקודות הנתונות:

א. (6;10), (3;7). ב. (−6;0), (0;−2). ג. (−5;−8), (−3;−4).

ד. (3;−4.5), (2;7.5). ה. $(1;2\frac{1}{2})$, $(\frac{1}{3};-1)$. ו. (3;2), (5;2).

תשובה: א. 1. ב. $-\frac{1}{3}$. ג. 2. ד. 12−. ה. $5\frac{1}{4}$. ו. 0.

4. מצא בכל סעיף את משוואת הישר העובר דרך שתי הנקודות הנתונות:

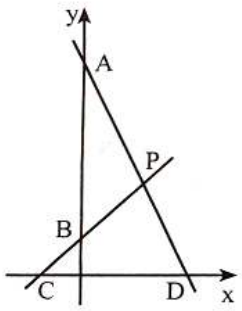
א. (3;7), (8;12). ב. (3;10), (6;7). ג. (−2;−4), (5;10).

ד. (−3;−1), (−5;−7). ה. (6;5), (2;3). ו. (4;5), (8;2).

ז. (4;9), (1;5). ח. $(-2;6\frac{1}{2})$, (3;−6). ט. (5;6), (−3;6).

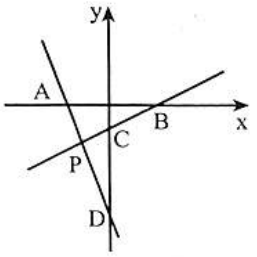
תשובות: א. $y=x+4$. ב. $y=-x+13$. ג. $y=2x$. ד. $y=3x+8$.
ה. $y=\frac{1}{2}x+2$. ו. $y=-\frac{3}{4}x+8$. ז. $y=1\frac{1}{3}x+3\frac{2}{3}$. ח. $y=-2\frac{1}{2}x+1\frac{1}{2}$. ט. $y=6$.

חישובי שטחים עם הפונקציה הקווית



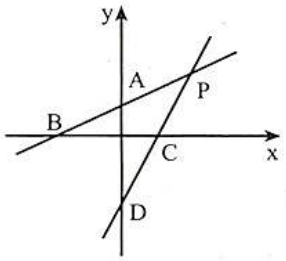
הישרים AD ו- BC הם הגרפים של הפונקציות $y=-2x+22$ ו- $y=x+4$ בהתאמה.
א. מצא את שיעורי הנקודות $A\ ,B\ ,C\ ,D\ ,P$.
ב. חשב את שטח המשולש PCD.
ג. חשב את שטח המשולש PAB.

תשובה: א. $A(0;22)\ ,B(0;4)\ ,C(-4;0)\ ,D(11;0)\ ,P(6;10)$. ב. 75 יח"ר. ג. 54 יח"ר.



. בציר מתוארים הגופים של הישרים $y=\frac{1}{2}x-2$ ו- $y=-3x-9$.
א. חשב את שטח המשולש PAB.
ב. חשב את שטח המשולש PDC.

תשובה: א. 10.5 יח"ר. ב. 7 יח"ר.



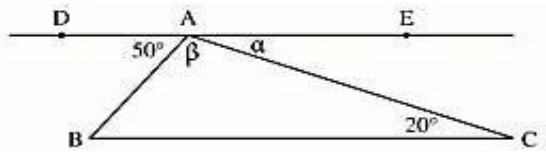
הישרים AB ו- CD הם הגרפים של הפונקציות $y=\frac{1}{2}x+1$ ו- $y=2x-3$.
P היא נקודת החיתוך של שני הישרים.
א. חשב את שטח המשולש PBC.
ב. חשב את שטח המשולש PAD.

תשובה: א. $4\frac{1}{12}$ יח"ר. ב. $5\frac{1}{3}$ יח"ר.

גיאומטריה

זוויות בין ישרים מקבילים

17. בסרטוט שלפניכם משולש ABC .
הישר DE עובר דרך הנקודה A **ומקביל** לצלע BC .



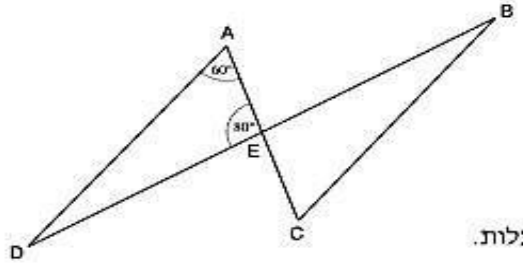
חַשלימו את גודל הזוויות α ו־ β. נַמקו את תשובתכם.

$\alpha =$ _____ °, נימוק: _____

$\beta =$ _____ °, נימוק: _____

18. בסרטוט שלפניכם נתון כי: $AD \parallel BC$
$\sphericalangle EAD = 60°$
$\sphericalangle DEA = 80°$

מה גודלה של $\sphericalangle B$?



תשובה: ☐ מעלות.

19. בסרטוט שלפניכם נתון משולש ABC.

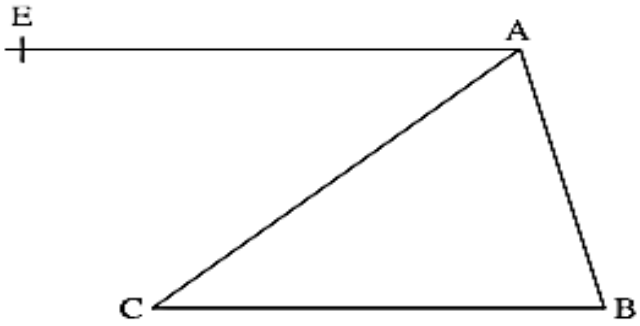
נתון גם:

$\sphericalangle B = 75^\circ$

$AE \parallel BC$

$\sphericalangle EAC = 50^\circ$

חַשְׁבוּ את הגודל של $\sphericalangle BAC$ ורשמו יחידות מידה מתאימות.

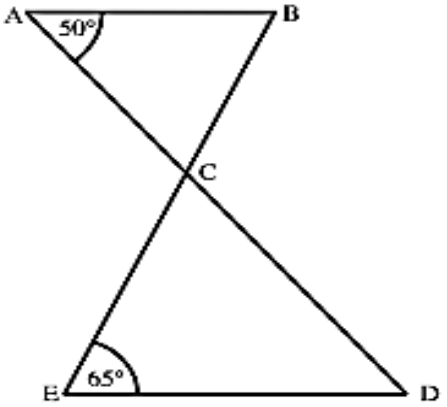


20. בסרטוט שלפניכם נתון:

$AE \parallel ED$

$\sphericalangle CED = 65^\circ$

$\sphericalangle BAC = 50^\circ$



א. מִצְאוּ את הגודל של $\sphericalangle ABC$.

תשובה: $\sphericalangle ABC =$ _____

ב. חַשְׁבוּ את הגודל של $\sphericalangle ACB$.

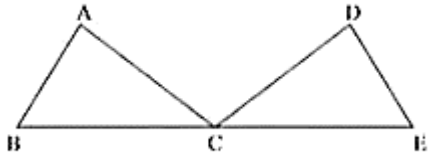
תשובה: $\sphericalangle ACB =$ _____

<u>חפיפת משולשים</u>

משפט חפיפה ראשון – צ.ז.צ

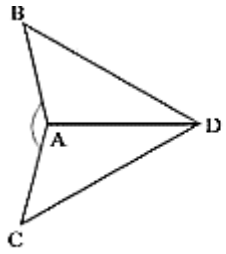
אם שתי צלעות והזווית שביניהן במשולש אחד שוות בהתאמה לשתי צלעות והזוויות שביניהן במשולש אחר, אזי המשולשים חופפים.

בשרטוט שלפניך נתון: $AB = DE$,
$AC = DC$, $\sphericalangle A = \sphericalangle D$.
א. הוכח: C היא אמצע הקטע BE .
ב. נתון: $\sphericalangle ACB = 35°$.
חשב את הזווית ACD .



תשובה: ב. $110°$.

בשרטוט שלפניך נתון: $DB = DC$,
$\sphericalangle BAC = 160°$, $\sphericalangle ADB = \sphericalangle ADC$
(הזווית המסומנת בציור).
חשב את הזווית BAD .

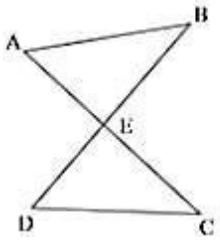


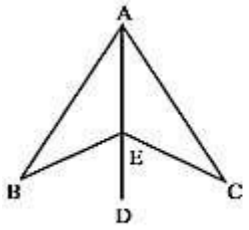
תשובה: $100°$.

משפט חפיפה שני – ז.צ.ז

אם צלע ושתי הזוויות שלידה במשולש אחד שוות בהתאמה לצלע ושתי הזוויות שלידה במשולש אחר, אזי המשולשים חופפים.

בשרטוט שלפניך הקטעים AC ו- BD
נחתכים בנקודה E .
נתון: $AE = DE$, $\sphericalangle A = \sphericalangle D$.
א. הוכח: $\Delta AEB \cong \Delta DEC$.
ב. הוכח: $\sphericalangle ABE = \sphericalangle DCE$.

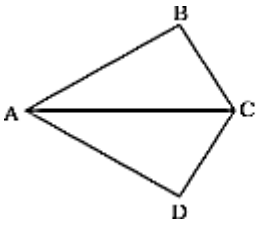




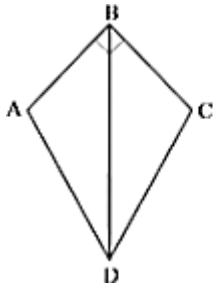
בשרטוט שלפניך נתון:
הקטע DE חוצה את הזווית BEC.
והקטע AE חוצה את הזווית BAC.
הנקודות A, E ו-D נמצאות על ישר אחד.
א. הוכח: $BE = CE$.
ב. נתון: $\sphericalangle B = \sphericalangle BAE$. הוכח: $\sphericalangle C = \sphericalangle CAE$.

משפט חפיפה שלישי – צ.צ.צ

אם שלוש צלעות במשולש אחד שוות בהתאמה לשלוש צלעות במשולש אחר, אזי המשולשים חופפים.

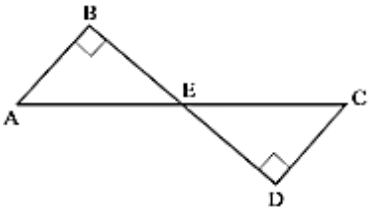


בשרטוט שלפניך נתון:
$AB = AD$, $BC = DC$.
א. הוכח: $\Delta ABC \cong \Delta ADC$.
ב. הוכח: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$.



בשרטוט שלפניך נתון:
$AB = CB$, $AD = CD$,
$AB \perp BC$.
חשב את גודל הזווית ABD.

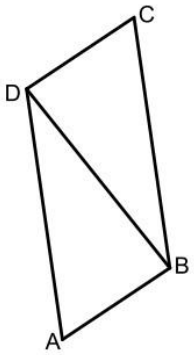
תשובה: 45°.



בשרטוט שלפניך הקטעים AC ו-BD נחתכים בנקודה E. נתון: $AB = CD$, $AE = 3$ ס"מ, $\sphericalangle B = 90^\circ$, $\sphericalangle D = 90^\circ$.
א. הוכח: $\Delta ABE \cong \Delta CDE$.
ב. מהו אורך הקטע AC?

תשובה: ב. 6 ס"מ.

חפיפה עם ישרים מקבילים:



1) באיור שלפניכם נתון: $AD \parallel BC$, $AD = BC$.

הוכיחו:

א. $\Delta ABD \cong \Delta CDB$.

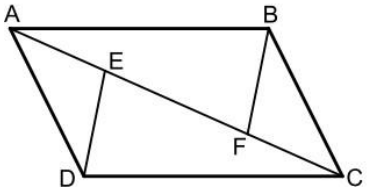
ב. $AB = CD$.

ג. $AB \parallel CD$.

2) באיור שלפניכם הנקודות E ו-F נמצאות על AC.

נתון כי: $AB = CD$, $AD = BC$, $AF = CE$.

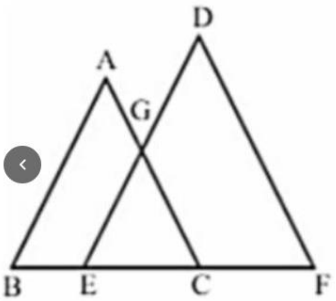
הוכיחו כי: $DE \parallel BF$.



<u>משולש שווה-שוקיים</u>

תכונות משולש שווה – שוקיים

1. זוויות הבסיס במשולש שווה – שוקיים שוות זו לזו.
2. במשולש שווה – שוקיים חוצה זווית הראש. התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.

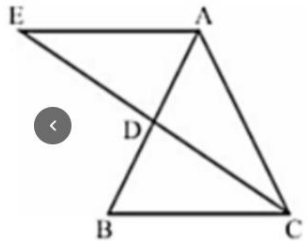


בשרטוט שלפניך נתון: $AB = AC$,
$DE = DF$, $\sphericalangle A = \sphericalangle D$.

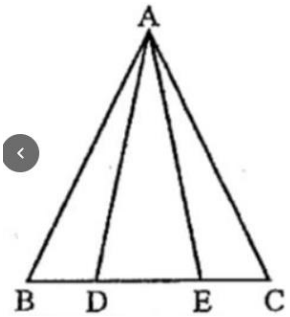
א. הוכח: $GE = GC$.

ב. הוכח: $AC \parallel DF$.

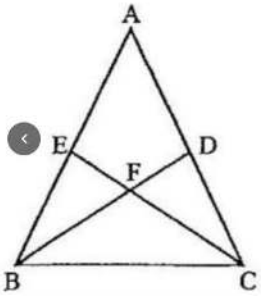
12. בשרטוט שלפניך נתון: $AB = AC$,
D – אמצע הקטע AB,
$\sphericalangle EAD = \sphericalangle ACB$.
א. הוכח: $DE = DC$.
ב. הוכח: $AE \parallel CB$.



המשולש ABC הוא שווה-שוקיים $(AB = AC)$.
הנקודות D ו- E נמצאות על הבסיס BC כך ש- $BD = CE$.
א. הוכח: $\Delta ABD \cong \Delta ACE$.
ב. הוכח: $AD = AE$.



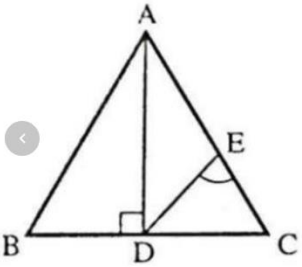
BD ו- CE הם תיכונים לשוקיים במשולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$.
א. הוכח: $\Delta BCE \cong \Delta CBD$.
ב. הוכח: $BF = CF$.



AD הוא הגובה לבסיס BC במשולש שווה שוקיים ABC $(AB = AC)$.
DE הוא חוצה זוית במשולש ADC.
נתון: $\sphericalangle BAC = 56^\circ$.

חשב את זוית DEC.

תשובה: 73°.

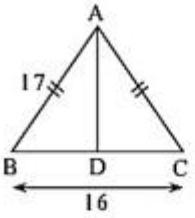


משפט פיתגורס

(15) בסרטוט משמאל נתון משולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$.
המידות בסרטוט נתונות בס"מ.

(א) חשבו את אורך הגובה לבסיס (AD).

(ב) חשבו את שטח המשולש.



(16) שטח משולש שווה-שוקיים הוא 240 סמ"ר.
אורך הגובה לבסיס הוא 40 ס"מ.

(א) חשבו את אורך בסיס המשולש.

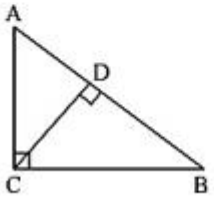
(ב) חשבו את אורך שוק המשולש.

(17) במשולש ישר-זווית המתואר בסרטוט $(\measuredangle ACB = 90°)$,
$AB =$ 25 ס"מ , $AC =$ 15 ס"מ.

(א) חשבו את אורך הניצב CB.

(ב) חשבו את שטח ΔABC.

(ג) חשבו את אורך הגובה ליתר CD.



פתרונות-

(14) 17 ס"מ.

(15) (א) 15 ס"מ. (ב) 120 סמ"ר.

(16) (א) 12 ס"מ. (ב) $\sqrt{1,636} \approx$ 40.45 ס"מ.

(17) (א) $CB =$ 20 ס"מ (ב) $S_{\Delta ABC} =$ 150 סמ"ר (ג) $CD =$ 12 ס"מ