



עיריית רמת-גן
אגף החינוך

בית הספר התיכון העירוני "אהל-שם"
יד לישראל ארצי



עבודת קיץ במתמטיקה לעולים לכיתה י' – 5 יח"ל

תלמידים יקרים,

חומר הלימוד אליו נחשפנו בכיתה ט' מהווה בסיס להמשך לימודים מוצלח בכיתה י'. שליטה והבנה מעמיקה של נושאי הלימוד אותם הכרתם בשנת הלימודים החולפת הם נקודת הפתיחה הראויה לשנת הלימודים הבאה.

מטרת עבודת הקיץ היא לסייע לכם לשפר את המיומנויות אשר רכשתם ותעמיק את ההבנה אליה הגעתם במהלך שנת הלימודים. אנו ממליצים לכם לפתור את העבודה לאורך חופשת הקיץ, ולא לרכז את המאמץ אל תוך שבוע או שבועיים בתחילת או בסוף הקיץ.

נושאי העבודה:

- | אלגברה וקדם אנליזה | גיאומטריה |
|----------------------------------|---|
| • טכניקה אלגברית | • משפטי חפיפה |
| • פונקציה קווית ופונקציה ריבועית | • משולשים: שווה שוקיים, שווה צלעות, ישר זווית |
| • שטחים במערכת צירים | • מרובעים: דלתון, מקבילית, מלבן, מעוין, ריבוע וטרפז |
| • קדם אנליזה | • ישרים מקבילים |
| • משוואה ריבועית | |

הנחיות לביצוע העבודה:

1. העבודה תוגש באופן מסודר בתחילת שנת הלימודים למורה המלמד במקבץ אליו תשובו.
2. יש להגיש בקלסר רך את התשובות, לפי חלוקת הפרקים ולפי סדר הופעתם בעבודה. עמוד ראשון של העבודה יכלול שער בו כתובים שמכם וכיתת האם. לא ניתן להגיש את העבודה במחברת או קלסר קשיח.
3. בתחילת שנת הלימודים תתקיים בחינה הכוללת שאלות מתוך עבודה זו או שאלות דומות לשאלות מתוך עבודה זו.

מבנה הבחינה (4 שאלות):

- טכניקה אלגברית
- חקירה מלאה של פונקציה
- קדם אנליזה
- שאלה בגיאומטריה

אנו מאחלים לכם למידה פורייה לצד חופשה נעימה.

תלמיד אשר בכוונתו לגשת לבחינת השדרוג מתבקש להירשם עד לתאריך 3.9.23 בשעה 16:00 באמצעות הקישור הבא:

<https://forms.gle/qCg6H1AmRZSNpJy8A>

ללא רישום, כאמור, לא יתאפשר לגשת לבחינת המעבר.

צוות מורי מתמטיקה,
תיכון אהל שם, רמת גן.

חלק א': טכניקה אלגברית

משוואות ריבועיות, מערכת משוואות עם שני נעלמים

פתרו את המשוואות הבאות:

$$(3x + 1)^2 - 5(x + 1)(x - 1) = 8 - x \quad .1$$

$$(3x - 1)^2 - 4(2x + 1)^2 - x(x + 1) = -(x + 7)^2 \quad .2$$

$$9x^2 - 3x = 0 \quad .3$$

$$4x^2 + 4 \cdot (x - 4)^2 - 10 = (6x - 1)(2x - 5) \quad .4$$

תשובות:

$$x_1 = 1 \quad x_2 = \frac{1}{3} \quad .3 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -\frac{23}{7} \quad .2 \quad x_1 = -2 \quad x_2 = 0.25 \quad .1$$

$$x_1 = \frac{7}{2} \quad x_2 = -\frac{7}{2} \quad .4$$

שברים אלגבריים

כתבו את תחום ההגדרה של המשוואות הבאות, ופתרו אותן:

$$\frac{3 \cdot (4x - 2)}{5} - \frac{4 \cdot (2x - 3)}{3} - 2 \cdot (4 - x) = 0 \quad .2$$

$$\frac{1 - 2x}{3} = 2x - \frac{7x + 4}{2} - \frac{x + 10}{6} \quad .1$$

$$\frac{4x - 1}{2} - \left(2 - \frac{8x + 4}{5} \right) = \frac{4x + 1}{4} \quad .4$$

$$\frac{8}{3y - 3} - \frac{5}{2 - 2y} = \frac{y + 2}{y - 1} - \frac{5}{18} \quad .3$$

$$\frac{3}{10} - \frac{7}{5x} = \frac{1}{4} - \frac{3}{2x} \quad .6$$

$$\frac{3}{1 - y^2} + \frac{5}{(1 - y)^2} = \frac{2}{(1 + y)^2} \quad .5$$

$$\frac{4}{x + 2} + \frac{7}{x + 3} = \frac{37}{x^2 + 5x + 6} \quad .8$$

$$\frac{y^2 - 3}{1 - y^2} - \frac{4}{1 + y} = \frac{y + 1}{1 - y} \quad .7$$

$$\frac{8}{(x + 3)^2} - \frac{4}{x^2 - 9} = \frac{10}{x^2 - 9x + 18} \quad .10$$

$$\frac{x - 3}{x - 7} - \frac{2x}{3 - x} - \frac{7x + 9}{x^2 - 10x + 21} = 0 \quad .9$$

$$\frac{1}{3x - 5} = \frac{4x + 3}{9x^2 - 25} \quad .12$$

$$\frac{x^2 - 2}{x^2 + x - 2} + \frac{3x + 2}{x^2 - 4} = 1 - \frac{x + 2}{x^2 - 3x + 2} \quad .11$$

3/4 (4)
1 (8)
2 (12)

4 (3)
4 (7)
-1 (11)

3 (2)
-2 (6)
1, -21 (10)

תשובות
-4 (1)
-3/7 (5)
0, 9 (9)

חלק ב': פונקציות וקדם אנליזה

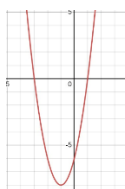
הפונקציה הריבועית

שאלה 1

נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = 2(x + 1)^2 - 8$

- מצאו את נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצאו את נקודת הקדקוד וקבע את סוגה (מינימום/ מקסימום).
- מהו ציר הסימטריה?
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה
- תארו במילים, כיצד הפונקציה מתקבלת מהפרבולה $y = x^2$.
- היעזרו בשרטוט, ומצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

תשובות



א. $(-3, 0)$ $(1, 0)$ ב. $(-1, -8)$ ג. $X = -1$ ד. $x < -1$ יורדת $x > 1$ עולה ה.

שאלה 2

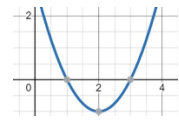
נתונות הפונקציות: $f(x) = x^2 - 4x + 3$ $g(x) = -x^2 + 9$

- חקרו את הפונקציה $f(x)$ לפי הסעיפים הבאים:
 - תחום הגדרה
 - נקודות חיתוך עם הצירים
 - נקודת קודקוד וסוגה
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$
 - חקרו את הפונקציה $g(x)$ לפי הסעיפים הבאים:
 - תחום הגדרה
 - נקודות חיתוך עם הצירים
 - נקודת קודקוד וסוגה
 - חשבו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציות $f(x), g(x)$.
 - הוסיפו למערכת הצירים את הגרף של הפונקציה $g(x)$
- סמנו את נקודת החיתוך ברביע השני באות B ואת נקודת החיתוך השנייה באות A .
- קבעו את התחום בו $g(x)$ מעל $f(x)$.

תשובות

א. כל X , $(3,0)$, $(1,0)$, מינימום $(2, -1)$

ב.



ג.

כל X , $(-3,0)$, $(3,0)$ מקסימום $(0,9)$

ד. $(-1,8)$, $(3,0)$

ה. $-1 < X < 3$

שאלה 3

לפניך הפונקציה הבאה: $y = 3(x+1)^2 - 12$.

א. תאר במילים את הפעולות שהתבצעו על גרף הפונקציה $y = x^2$ לקבלת הפונקציה הנתונה.

ב. מהם שיעורי נקודת הקדקוד של הפרבולה? האם מדובר בנקודת מקסימום או מינימום?

ג. מהי משוואת ציר הסימטריה של הפרבולה?

ד. מהם שיעורי נקודות האפס של הפרבולה?

ה. מהם שיעורי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- y ?

ו. עבור אילו ערכי x הפרבולה עולה ועבור אילו היא יורדת?

ז. עבור אילו ערכי x הפרבולה חיובית ועבור אילו היא שלילית?

ח. סרטט סקיצה של גרף הפרבולה במערכת צירים וציין את ממציאתך מהסעיפים הקודמים.

ט. הוסף לסקיצה גרף נוסף של פרבולה עם אותו ציר סימטריה בעלת קדקוד מקסימום אשר נמצא 3 יחידות מעל לקדקוד של הפרבולה הנתונה. כמה אפשרויות שונות ישנן?

שאלה 4

נתונה הפונקציה $y = (x - 1)(x - 7)$

א. מהם שיעורי הקודקוד של הפרבולה? ב. באיזה תחום הפונקציה חיובית?

ג. באיזה תחום הפונקציה עולה? ד. מה ניתן לומר על הפונקציה בתחום $1 < X < 3$

1. עולה וחיובית 2. יורדת ושלילית 3. עולה ושלילית 4. יורדת וחיובית

שאלה 5

לפניכם שלוש הצגות של הפונקציה $f(x)$:

הצגה סטנדרטית
 $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

הצגה כמכפלה
 $f(x) = 2(x + 1)(x - 3)$

הצגה קודקודית
 $f(x) = 2(x - 1)^2 - 8$

1. הראו כי שלוש ההצגות מתארות אותה הפונקציה.
2. חשבו את:
 - שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים
 - משוואת ציר הסימטריה שלה
 - שיעורי נקודת הקודקוד שלה.
3. שרטטו סקיצה של הגרף של $f(x)$, וסמנו בה את הנקודות שמצאתם בסעיף הקודם.

שאלה 6

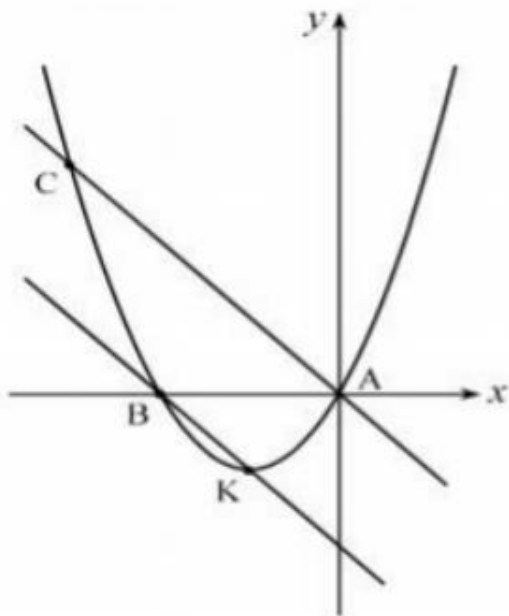
נתונה הפונקציה: $y = x^2 - 2x - 15$.

- א. מהם שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה- y ?
- ב. רשום פונקציה ריבועית נוספת בעלת אותה נקודת חיתוך עם ציר ה- y .
- ג. מהם שיעורי נקודות האפס של הפרבולה?
- ד. כמה נקודות חיתוך יש לפרבולה עם הישרים הבאים:
 - i. $y = -15$
 - ii. $y = 15$
 - iii. $y = -25$
- ה. רשום פונקציה ריבועית נוספת שיש לה את אותן נקודות האפס כמו לפונקציה הנתונה.

שאלה 7

- . מה צריך להיות הערך של k בפונקציה $y = -(x + 2)^2 + k$ כדי שלפונקציה יהיו
- א. שתי נקודות חיתוך עם ציר x ?
 - ב. אף נקודת חיתוך עם ציר x ?
 - ג. נקודת חיתוך אחת עם ציר x ?

שאלה 8



- נתון גרף הפונקציה $y = x^2 + 2x$.
 הנקודה K היא קדקוד הפרבולה.
 נתון: $AC \parallel BK$.
 הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x .
 (א) רשום את משוואת הישר העובר דרך הנקודות B ו-K .
 (ב) רשום את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-C .
 (ג) מצא את שיעורי הנקודה C .
 (ד) חשב את שטח ΔABC .

שאלה 9

נתונות הפונקציות הריבועיות:

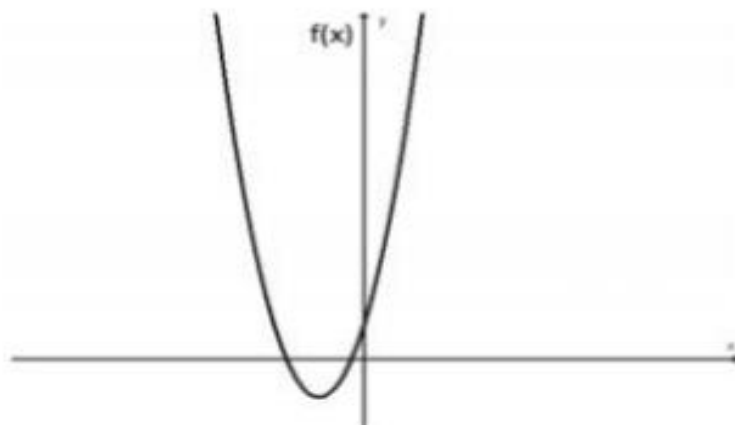
$$f(x) = 2(x + 1)^2 - 1$$

$$g(x) = f(x) + 3$$

ומשורטט הגרף של $f(x)$.

א. חשבו את $g(-2)$.

ב. מהם השיעורים של נקודת הקדקוד של הפונקציה g ?



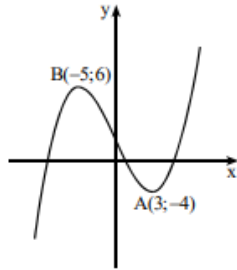
ג. איזו טענה מהטענות הבאות מתאימה לתאר את ההבדל בין $f(x)$ ל- $g(x)$?

- i. ציר הסימטריה של שתי הפונקציות שונה
- ii. הגרפים של הפונקציות חותכים את ציר ה-y בחלקו החיובי
- iii. רק לפונקציה אחת יש נקודות חיתוך עם ציר x
- iv. רק לאחת הפונקציות יש נקודת מינימום

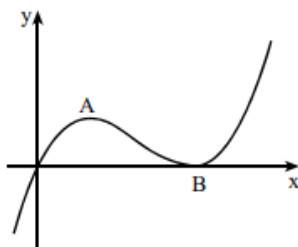
ד. כתבו משוואת ישר העובר דרך שתי נקודות הקדקוד של הפונקציות.

מגרף לתכונות ובחזרה

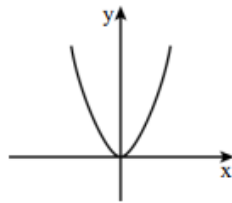
כל הזכויות שמורות ליואל גבע ואריק דז'לדטי



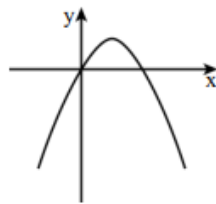
- 10.** בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.
 לפונקציה מינימום מקומי בנקודה $A(3; -4)$,
 ומקסימום מקומי בנקודה $B(-5; 6)$.
 היעזרו בגרף וקבעו בכמה נקודות
 חותך כל אחד מהישרים הבאים
 את גרף הפונקציה:
 א. $y = -8$. ב. $y = 6$. ג. $y = -1$.



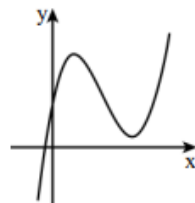
- 11.** לפונקציה $f(x)$, שהגרף שלה מתואר לפניכם,
 יש מקסימום ב- $A(2; 2)$ ומינימום ב- $B(5; 0)$.
 עבור אילו ערכים של k , הישר $y = k$:
 א. חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?
 ב. חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?
 ג. חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות?



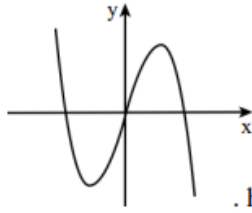
- 12.** לפניכם גרף הפונקציה הריבועית $f(x) = 2x^2$.
 הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) + 4$.
 א. רשמו את $g(x)$ כפונקציה ריבועית באמצעות x .
 ב. השלימו: כדי לשרטט את הגרף של $g(x)$, ניקח
 את הגרף של $f(x)$ ונזיז אותו --- כלפי ---.
 ג. הוסיפו לשרטוט את הגרף של $g(x)$.



- 13.** לפניכם גרף הפונקציה הריבועית $f(x) = -x^2 + 2x$.
 מזיזים את גרף הפונקציה $f(x)$ ב-5 יחידות
 כלפי מטה, ומקבלים את גרף הפונקציה $g(x)$.
 א. הוסיפו לשרטוט את הגרף של $g(x)$.
 ב. הביעו את $g(x)$ באמצעות $f(x)$.



- 14.** בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.
 לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון בלבד -
 $(2; 8)$ מקסימום, $(6; 1)$ מינימום.
 הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) + 3$.
 א. רשמו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
 ב. שרטטו באותה מערכת צירים את הגרף של הפונקציה $g(x)$.
 ג. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.



15. לפניכם גרף של פונקציה $f(x)$, שנקודות הקיצון שלה הן: $(2; 4)$ מקסימום, $(-2; -4)$ מינימום.

גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז למעלה

ב-2 יחידות, והתקבלה הפונקציה $h(x)$.

א. בטאו את הפונקציה $h(x)$ באמצעות $f(x)$.

ב. מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של $h(x)$.

ג. הוסיפו למערכת הצירים את הגרף של הפונקציה $h(x)$.

ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $h(x)$ עם כל אחד מהישרים

הבאים: (1) הישר $y=3$. (2) הישר $y=6$. (3) הישר $y=-20$.



16. לפניכם גרף הפונקציה $y = (x-1)^2 + 4$.

א. בכמה יחידות (והאם למעלה או למטה)

יש להזיז את גרף הפונקציה $y = (x-1)^2$

כדי לקבל את הגרף של הפונקציה הנתונה?

ב. השלימו: כדי לקבל את גרף הפונקציה הנתונה

$y = (x-1)^2 + 4$, יש להזיז את גרף הפונקציה $y = x^2$

יחידות ימינה ו- יחידות למעלה.

17. בסעיפים הבאים מתוארים גרפים של שתי פונקציות: $f(x)$ ו- $g(x)$.

הגרפים מתוארים במערכת צירים שבה כל משבצת היא יחידה אחת.

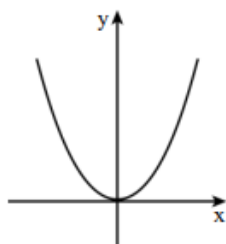
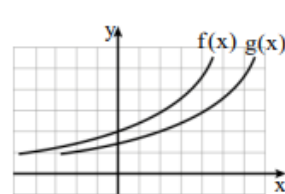
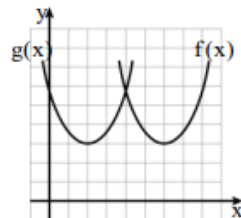
נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ מתקבל על ידי הזזה אופקית של גרף

הפונקציה $f(x)$.

(1). בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה $f(x)$

כדי לקבל את גרף הפונקציה $g(x)$?

(2). הביעו את $g(x)$ באמצעות $f(x)$.



18. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = x^2$.

מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$,

המקיימת $g(x) = 3 \cdot f(x)$.

א. מהי המשוואה של הפונקציה $g(x)$?

ב. הוסיפו למערכת הצירים סקיצה

של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. שרטטו במערכת צירים אחרת סקיצה של $f(x)$,

ושל הפונקציה $h(x)$, המקיימת $h(x) = \frac{1}{3} \cdot f(x)$.

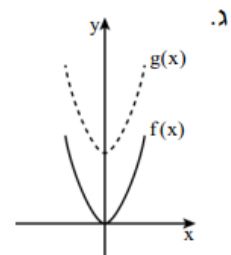
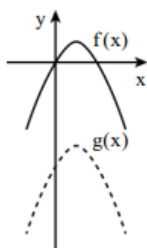
תשובות

10. א. נקודה אחת. ב. 2 נקודות. ג. 3 נקודות.

11. א. $k > 2$ או $k < 0$. ב. $k = 2$ או $k = 0$. ג. $0 < k < 2$.

12. א. $g(x) = 2x^2 + 4$.

ב. 4 יחידות כלפי מעלה.



א.

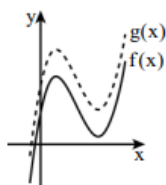
ג.

13. א. $g(x) = f(x) - 5$.

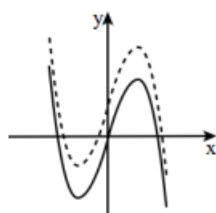
14. א. (2;11) מקסימום, (6;4) מינימום.

ג. עלייה: $x > 6$ או $x < 2$,

ירידה: $2 < x < 6$.



ב.



ג.

15. א. $h(x) = f(x) + 2$.

ב. (2;6) מקסימום, (-2;-2) מינימום.

ד. (1) שלוש נקודות.

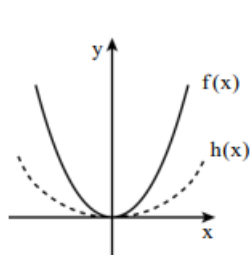
(2) שתי נקודות.

(3) נקודה אחת.

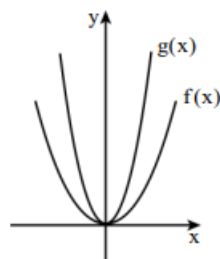
16. א. 4 יחידות כלפי מעלה. ב. 1 יחידות ימינה ו-4 יחידות למעלה.

17. א. (1) 2 יחידות לכיוון ימין. (2) $g(x) = f(x - 2)$.

א. (1) 4 יחידות לכיוון שמאל. (2) $g(x) = f(x + 4)$.



ג.

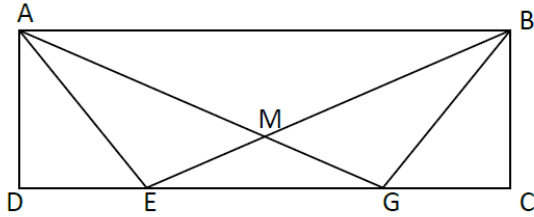


ב.

18. א. $g(x) = 3 \cdot x^2$.

חלק ג': גיאומטריה

שאלה 1

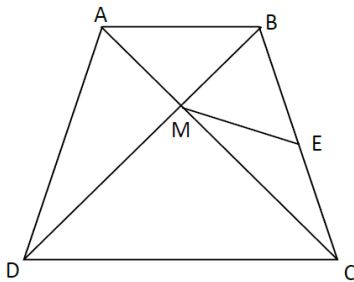


המרובע $ABCD$ הוא מלבן. הנקודות E, G מונחות על צלע המלבן DC כך ש: $DE = GC$.

א. הוכיחו: $ABGE$ הוא טרפז שווה שוקיים (הדרכה: משפט - במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחציתו).

ב. הוכיחו: $EM = GM$.

שאלה 2



$ABCD$ הוא טרפז שווה שוקיים שאלכסוניו מאונכים זה לזה ונפגשים בנקודה M .

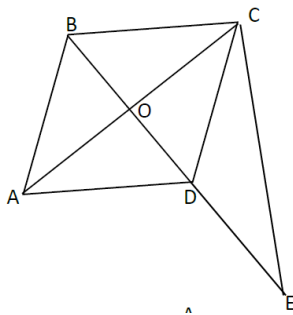
הנקודה E היא אמצע השוק BC .

נתון: $AM = 5$ ס"מ, $MD = 12$ ס"מ.

א. חשבו את אורך הקטע ME .

ב. חשבו את היקף המשולש DMC .

שאלה 3



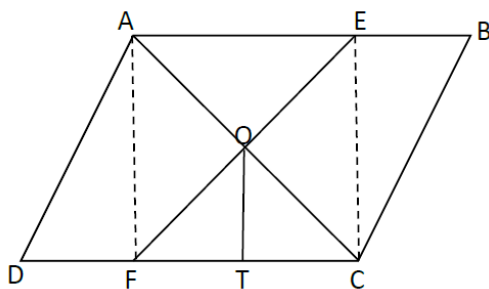
המרובע $ABCD$ הוא מעוין. המשולש $\triangle ABD$ הוא משולש שווה צלעות.

הנקודה E נמצאת על המשך האלכסון DB כך ש: $DE = DB$.

א. הוכיחו: $BC \perp CE$.

ב. נתון: $BO = 3$ ס"מ. חשבו את אורך הקטע CE .

שאלה 4



המרובע $ABCD$ הוא מקבילית. הנקודות E, F מונחות על הצלעות AB, DC בהתאמה.

הנקודה O היא אמצע הקטע AC .

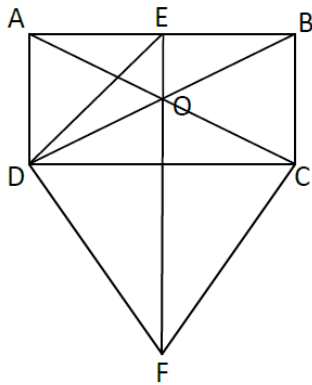
נתון: $EB = FD$, $EF \perp AC$.

א. הוכיחו: $EC = AE$.

ב. נתון גם ש OT הוא תיכון לצלע FC במשולש $\triangle OFC$.

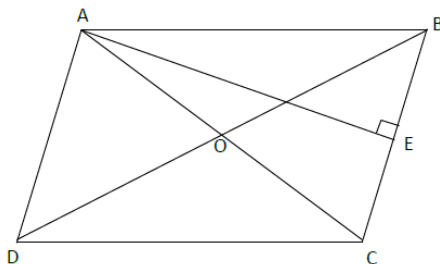
הוכיחו: $OT = \frac{1}{2} AF$.

שאלה 5



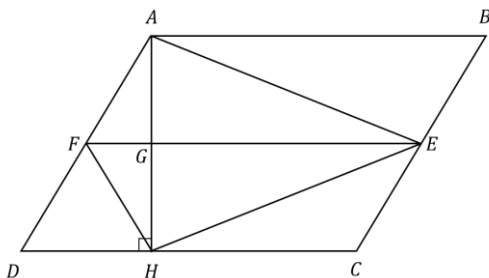
- המרובע $ABCD$ הוא מלבן. הנקודה O היא נקודת המפגש של אלכסוני המלבן. הנקודה E היא אמצע הקטע AB . הנקודה F נמצאת על המשך הקטע EO , מחוץ למלבן, כמתואר בציור. א. הוכיחו: $DOCF$ הוא דלתון. ב. נתון גם: $OF = 10$ ס"מ, $DC = 8$ ס"מ. חשבו את שטח הדלתון $DOCF$.

שאלה 6



- במקבילית $ABCD$ ($AB \parallel CD$), הנקודה O היא נקודת מפגש האלכסונים. האלכסון AC שווה לצלע AB . AE הוא הגובה לצלע BC . א. הוכיחו: $BE = EC$. ב. הוכיחו: $OE = AO$. ג. נתון: $AD = 10$, $AE = 12$. חשבו את היקף המקבילית $ABCD$.

שאלה 7



- המרובע $ABCD$ הוא מקבילית. הנקודות E, F הן אמצעי הצלעות BC, AD בהתאמה. AH הוא הגובה לצלע DC . G היא נקודת המפגש של הקטעים AH ו- EF . א. הוכיחו: $FE \parallel DC$. ב. הוכיחו: $AEHF$ הוא דלתון. נתון גם: $AB = 18$, $CH = 10$, $BC = 16$. ג. חשבו את $\sphericalangle BCD$. (הדרכה: משפט - במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחציתו)..

שאלה 8

המרובע $ABCD$ הוא טרפז ($AB \parallel DC$)

הנקודה E היא אמצע השוק BC .

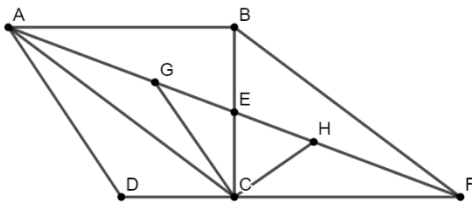
המשך הקטע AE חותך את המשך הבסיס DC בנקודה F .

נתון: $AE = FE$.

א. הוכיחו: $AC \parallel BF$

מסמנים על AF נקודות: G, H כך ש: $GE = HE = BE$.

ב. הוכיחו: $\sphericalangle GCH = 90^\circ$



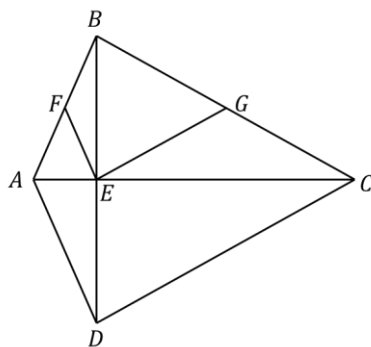
שאלה 9

המרובע $ABCD$ הוא דלתון ($AB = AD, BC = CD$). $CD = 2DE$.

F, G הם אמצעי הצלעות AB, BC .

הוכיחו: המרובע $BGEF$ הוא דלתון.

(הדרכה: משפט - במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחציתו)..



שאלה 10

$ABCD$ הוא מלבן. הנקודות E, F מונחות על הצלעות

AD, AB של המלבן. נתונים אורכי הקטעים הבאים:

$$AB = 15, ED = 4, AE = 2$$

$$S_{\triangle DOC} = S_{\triangle AEOF}$$

ידוע ש- $S_{\triangle DOC} = S_{\triangle AEOF}$

מצאו את אורך הקטע AF .

