



משימת קיץ במתמטיקה: הכנה למקבץ י"א 581 (5 יח"ל, י"א תש"פ)

תלמידים יקרים,

אנו גאים בכך על סיום שנת הלימודים הראשונה שלכם במקבץ 5 יחידות לימוד במתמטיקה, ומברכים אתכם על הדרך הארוכה והמשמעותית שעברתם בשנת הלימודים שזה עתה הסתיימה.

חומר הלימוד אליו נחשפנו בכיתה י' מהווה בסיס להמשך לימודים מוצלח בכיתה י"א. שליטה והבנה מעמיקה של נושאי הלימוד אותם הכרתם בשנת הלימודים החולפת הם נקודת הפתיחה הראויה לשנת הלימודים הבאה, עבור מי שמעוניין להמשיך לקצור הצלחות.

מטרת המשימה שאתם מקבלים לחודשי הקיץ היא לסייע לכם לשפר את המיומנויות שרכשתם ולהעמיק את ההבנה אליה הגעתם במהלך שנת הלימודים. לכן, מתוך הבנה וניסיון שלמידה היא תהליך רצוף, אנו ממליצים לכם לפתור את העבודה לאורך חופשת הקיץ, ולא לרכז את המאמץ אל תוך שבוע או שבועיים בתחילת או בסוף הקיץ.

ודאי תבחינו שחלק מהתרגילים המופיעים להלן קשים יותר מאחרים, או דורשים זמן רב יותר על מנת להתמודד עימם בהצלחה. אם לא הצלחתם תרגיל מסוים בניסיון ראשון או שני, אין זה אומר שהפתרון שלהם מחוץ להישג ידיכם. בבקשה, הקדישו לתרגילים ולמשימה כולה את הזמן הראוי.

הנחיות לביצוע ולהגשת העבודה:

1. התרגילים לקוחים מתוך ספרי הלימוד לכיתה י' ולכיתה י"א (שאלון 581 בהוצאת יואל גבע). התרגילים הלקוחים מתוך הספרים לכיתה י' מופיעים במלואם בעבודה.
2. עליכם להגיש את העבודה במלואה ובאופן מסודר, בתחילת שנת הלימודים הבאה למורה המקבץ אליו תשובו.
3. בתחילת שנת הלימודים, בתאריך **9.9.19** תתקיים בחינה הכוללת שאלות מתוך עבודה זו או שאלות שדומות מאוד לשאלות מתוך עבודה זו.
4. רשימת התרגילים מופיעה בתוך טבלת מעקב לביצוע העבודה. תוכלו לסמן בתוך הטבלה את התרגילים עימם התמודדתם. הטבלה נועדה לסייע לכם לבצע מעקב אחר ההתקדמות בעבודה ואחר מידת השליטה שלכם בחומר הנלמד.

אנו בטוחים ביכולותיכם ומאחלים לכם למידה פורייה והצלחה רבה, לצד חופשה נעימה ומחדשת.

צוות מורי מתמטיקה,
תיכון אהל שם, רמת גן.

פרק א': בעיות תנועה

בעיות תנועה (כרך ג')

עמוד	תרגיל	בוצע?	בעיות שעלו בהתמודדות עם התרגיל
6	15		
6	16		
6	18		
7	22		
7	25		
9	33		
9	34		
12	44		
13	46		
14	52		
14	54		
20	60		
22	73		

פרק ב': גיאומטריה וטריגונומטריה

גיאומטריה: פרופורציה ודמיון (כרך ג')

עמוד	תרגיל	בוצע?	בעיות שעלו בהתמודדות עם התרגיל
545	1		
547	11		
547	12		
548	16		
550	28		
551	33		
551	34		
552	39		
554	47		
560	78		
565	100		

גיאומטריה: המעגל (כרך ג')

עמוד	תרגיל	בוצע?	בעיות שעלו בהתמודדות עם התרגיל
459	40		
460	44		
537	4		
542	25		
548	15		
555	49		
558	68		
562	87		

גיאומטריה: בעיות משולבות (כרך ג')

עמוד	תרגיל	בוצע?	בעיות שעלו בהתמודדות עם התרגיל
508	1		
509	8		
511	17		
513	27		
519	5		
520	9		
521	14		
522	19		

טריגונומטריה: זהויות ומשוואות יסודיות

הוכיחו את הזהויות הבאות (כרך ב', עמוד 735):

$$\sin \alpha \sin(180^\circ - \alpha) - \cos \alpha \cos(180^\circ - \alpha) = 1 \quad .55$$

$$\frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{1 + \sin \alpha} - \frac{\cos(90^\circ + \alpha)}{\sin(90^\circ + \alpha)} = \frac{1}{\cos \alpha} \quad .56$$

$$- \frac{\cos(270^\circ + \alpha)}{1 + \cos(360^\circ + \alpha)} = \frac{1 - \sin(450^\circ + \alpha)}{\sin(180^\circ + \alpha)} \quad .57$$

מצאו את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (כרך ב', עמודים 764,762):

$$\sin(x + 30^\circ) = -\sin 2x \quad .2$$

$$\cos(4x - 20^\circ) + \cos(2x + 20^\circ) = 0 \quad .4$$

$$\tan 3x + \tan(x + 20^\circ) = 0 \quad .6$$

$$\sin^2 3x = \sin^2 x \quad .8$$

$$\cos 2x = \sin x \quad .10$$

$$\sin 2x = \cos(x + 30^\circ) \quad .12$$

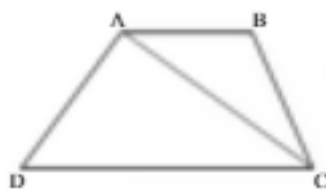
$$\cos 3x + \sin(x - 60^\circ) = 0 \quad .14$$

$$\cos^2 2x + \sin x \cos 2x = 0 \quad .16$$

$$\cos^2 2x = \sin^2(x + 30^\circ) \quad .18$$

טריגונומטריה במישור

תרגילים מתוך כרך ב':



20. בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) השוק BC שווה לבסיס הקטן AB. נתון: $AC = k$, $\angle ACD = \alpha$, $\angle ADC = \beta$. הבע את אורך הבסיס AB ואת אורך השוק AD באמצעות k , α ו- β .

תשובה: $\frac{k \sin \alpha}{\sin \beta}$, $\frac{k \sin \alpha}{\sin 2\alpha}$

21. בטרפז שווה-שוקיים ABCD ($AD = BC, AB \parallel DC$) האלכסון DB שווה לבסיס הגדול DC. נתון: $\angle BCD = \alpha, BD = m$.
 א. הבע באמצעות m ו- α את אורך הבסיס AB.
 ב. הבע באמצעות α את יחס השטחים $\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}}$.

תשובה: א. $\frac{-m \sin 3\alpha}{\sin \alpha}$. ב. $\frac{-\sin 3\alpha}{\sin \alpha}$.

22. בטרפז ישר-זווית ABCD ($AD \perp DC, AB \parallel DC$) האלכסון DB שווה לבסיס DC. נתון: $\angle BDC = \alpha, AB = m$.
 הבע באמצעות m ו- α את שטח הטרפז.

תשובה: $\frac{m^2 \tan \alpha (1 + \cos \alpha)}{2 \cos \alpha}$.

13. D היא נקודה על הצלע CB במשולש ABC. נתון: $\angle DAB = 20^\circ, \angle CAD = \alpha$, $AB = 7$ ס"מ, $AC = 5$ ס"מ.
 א. הבע באמצעות α את היחס שבין שטח המשולש ADC לשטח המשולש ADB.
 ב. מצא את α כאשר שטחי המשולשים שווים.
 ג. בעבור איזה ערך של α יחס השטחים הנ"ל הוא הגדול ביותר?

תשובה: א. $\frac{7 \sin \alpha}{5 \sin 20^\circ}$. ב. 14.14° . ג. 90° .

37. PQ הוא קטע-אמצעים במשולש ABC. נתון: $AB = 10$ ס"מ, $\angle A = 57^\circ$, $AC = 12$ ס"מ. חשב את אורכי הקטעים BC ו-PQ והראה ש- $PQ = \frac{1}{2} BC$.

תשובה: 10.64 ס"מ, 5.32 ס"מ.

38. BD ו-CE הם התיכונים לצלעות AC ו-AB במשולש ABC. נתון: $BC = 16$ ס"מ, $BD = 18$ ס"מ, $CE = 15$ ס"מ. חשב את גודל הזווית MBC.

תשובה: 38.62° .

39. אורך אחת הצלעות במשולש הוא 11 ס"מ ואורכי התיכונים לשתי הצלעות האחרות הם 12 ס"מ ו-9 ס"מ. חשב את אורכן של שתי הצלעות האחרות.

תשובה: 15.81 ס"מ, 12.88 ס"מ.

40. AM ו-BQ הם תיכונים במשולש ABC. נתון: $\angle BPM = 64^\circ, BQ = 39$ ס"מ, $AM = 36$ ס"מ. חשב את היקף המרובע PMCQ. חשב את שטח המשולש ABC.

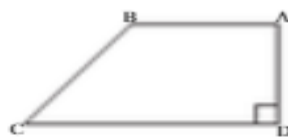
תשובה: א. 70.09 ס"מ. ב. 841.3 סמ"ר.

תרגילים נוספים מתוך כרך ד':

עמוד	תרגיל	בוצע?	בעיות שעלו בהתמודדות עם התרגיל
1436	5		
1454	6		
1464	5		

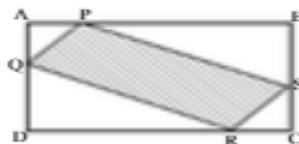
עמוד	תרגיל	בוצע?	בעיות שעלו בהתמודדות עם התרגיל
739	1		
739	3		
740	6		
742	19		
742	21		
745	28		
746	32		
746	34		
747	35		
747	37		
749	45		

בעיות קיצון (כרך ב')



18. המרובע ABCD הוא טרפז ישר-זווית ($AD \perp DC, AB \parallel DC$). אורך השוק BC הוא 14 ס"מ. היקף הטרפז הוא 34 ס"מ. מהו שטחו המקסימלי של הטרפז?

תשובה: 50 סמ"ר.



19. במלבן ABCD נתון: $AB = 10$ ס"מ, $BC = 5$ ס"מ.

על צלעות המלבן מקצים קטעים שווים:

$$AP = AQ = CS = CR = x$$

א. הבע באמצעות x את שטח המרובע PQRS.

הדרכה: שטח המרובע PQRS שווה לשטח המלבן הנתון פחות

סכום שטחי ארבעת המשולשים שבפינות.

ב. מה צריך להיות ערכו של x כדי ששטחו של המרובע PQRS יהיה מקסימלי?

תשובה: א. $-2x^2 + 15x$. ב. 3.75 ס"מ.



25. בתוך מלבן שאורכו a ורוחבו b חסומים ריבוע ומשולש מקווקווים.

מה צריך להיות אורך צלע הריבוע כדי שסכום השטחים של הריבוע והמשולש יהיה מינימלי? הבע על ידי a ו- b .

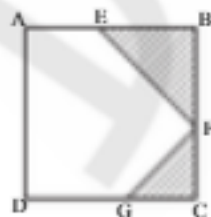
תשובה: $\frac{a+b}{6}$



26 * חלקת אדמה מלבנית ABCD סמוכה בצדה האחד לחומה. מגדרים את חזית החלקה BC ואת צידה, AB ו- CD .

נתון כי האורך הכולל של הגדר הוא k . מצא את k , אם השטח המקסימלי של החלקה הוא 32 סמ"ר.

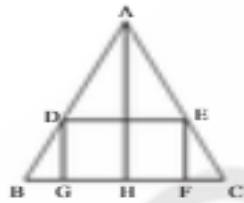
תשובה: 16 ס"מ.



27 * בריבוע ABCD הנקודות E, F, G נמצאות על הצלעות AB, BC, DC בהתאמה, כך ש- $BE = BF$, $CF = CG$ (ראה ציור).

אורך צלע הריבוע הוא m ס"מ. נתון כי כאשר $BF = 3$ ס"מ, סכום השטחים המקווקווים הוא מינימלי. מצא את m .

תשובה: 6.



39. במשולש שווה-שוקיים שבסיסו 10 ס"מ ושוקו 13 ס"מ חסום מלבן שאחת מצלעותיו נמצאת על בסיס המשולש ושניים מקדקודיו נמצאים על השוקיים. מה צריך להיות אורך הצלע DE של המלבן, כדי ששטחו של המלבן יהיה מקסימלי?
תשובה: 5 ס"מ.

40. במשולש שווה-צלעות שהיקפו $3a$ חסום מלבן. שניים מקדקודיו של המלבן נמצאים על הבסיס וכל אחד מהקדקודים הנותרים – על אחת משוקיו. מצא מה צריכים להיות אורכי צלעותיו של המלבן, כדי ששטחו יהיה מקסימלי.

תשובה: $\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

